ПРАВИТЕЛЬСТВО САНКТ-ПЕТЕРБУРГА
КОМИТЕТ ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Санкт-Петербургское государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение «Автомеханический колледж»

РАССМОТРЕНО И ПРИНЯТО
на заседании Педагогического Совета
СПб ГБПОУ «Автомеханический колледж»

Протокол №_10_

«___16___» ____06_____ 20 21_г.

УТВЕРЖДАЮ
Председатель Педагогического Совета
Директор СПб ГБПОУ
«Автомеханический колледж»

_______________ /Р.Н. Лучковский/

«______» __________ 20 ___г..

Методические указания по выполнению практических занятий учебной дисциплины

Профессия	*23.01.17Мастер по ремонту и обслуживанию автомобиля*
Дисциплина	*ОДП.01 МАТЕМАТИКА*
Преподаватель	*ЧЕРНЯК Л.М., ГОРБУНОВА О.Н.*

Сборник практических занятий по математике разработан в соответствии с требованиями ФК (Федерального компонента) Государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее ФГОС) в пределах основной профессиональной образовательной программы по профессии среднего профессионального образования (далее СПО) **23.00.00 Мастер по ремонту и обслуживанию автомобиля**, входящей в состав укрупнённой группы профессий **23.00.00 Техника и технологии наземного транспорта.**

Организация-разработчик: Санкт-Петербургское государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение «Автомеханический колледж»

Составители:
Черняк Любовь Меньевна, преподаватель математики СПб ГБПОУ, «Автомеханический колледж»,
Горбунова Ольга Николаевна, преподаватель математики СПб ГБПОУ «Автомеханический колледж».

РАССМОТРЕНО И РЕКОМЕНДОВАНО К УТВЕРЖДЕНИЮ на заседании Методической комиссии естественно-математического цикла СПб ГБПОУ «Автомеханический колледж»

Содержание

1. Пояснительная записка

Настоящие методические рекомендации предназначены для обучающихся в качестве практического пособия при выполнении практических занятий по программе математики, по профессии СПО **23.01.03 Автомеханик**; **15.01.05 Сварщик.**

Цель данных методических указаний:

- оказание помощи студентам в выполнении практических занятий по дисциплине «Математика».
- практические занятийы проводятся с целью систематизации и углубления знаний, полученных при изучении дисциплины «Математика», Практическое отзанятийка обучающимися навыков по математике, закрепление теоретических знаний.

В результате выполнения практических занятий по дисциплине «Математика» обучающиеся должны:
- знать теоретический материал;
- уметь применять полученные знания на практике.

При оценке знаний обучающихся используется шкала оценки образовательных достижений:

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
60 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 60	2	неудовлетворительно

Практические занятий реализуются с учетом возможностей образовательного учреждения.

2. Перечень практических занятий

Наименование разделов, тем	№	Тема практических занятий	Кол-во часов
Раздел 1.	1.	Решение задач на действия с дробями	1

Тема 1.1. «Повторение основных разделов математики за курс основной школы»	2.	Решение уравнений и неравенств	1
	3.	Решение пропорций и задач на проценты	1
	4.	Построение графиков числовых функций	1
Раздел 2. Тема 2.1. «Действительные числа»	5.	Решение задач по теме «Действительные числа»	1
	6.	Решение задач по теме «Корень n-ой степени и его свойства»	1
	7.	Вычисление степени с рациональным и действительным показателями	1
Раздел 3. Тема 3.1. «Степенная функция»	8.	Геометрические преобразования графиков степенных функций	2
	9.	Решение равносильных уравнений и неравенств	2
	10.	Решение иррациональных уравнений	2
	11.	Решение иррациональных неравенств	2
Раздел 4. Тема 4.1. «Показательная функция»	12.	Геометрические преобразования графиков показательных функций	1
	13.	Решение показательных уравнений	1
	14.	Решение показательных неравенств	2
	15.	Решение систем показательных уравнений и неравенств	1
Раздел 5. Тема «Логарифмическая функция»	16.	Вычисление логарифмов	2
	17.	Основные свойства логарифмов	2
	18.	Геометрические преобразования графиков логарифмических функций	2
	19.	Решение логарифмических уравнений	2
	20.	Решение логарифмических неравенств	1
	21.	Решение систем логарифмических уравнений и неравенств	1
Раздел 6. Тема 6.1. «Параллельность прямых и плоскостей»	22.	Решение задач на следствия из аксиом	1
	23.	Решение задач по теме «Параллельность прямой и плоскости в пространстве»	2
	24.	Решение задач по теме «Параллельность плоскостей в пространстве»	2
	25.	Построение сечений многогранников	2
Раздел 7. Тема 7.1. «Перпендикулярность прямых и плоскостей»	26.	Решение задач по теме «Перпендикулярность прямой и плоскости в пространстве»	2
	27.	Решение задач по теме «Перпендикуляр и наклонная»	2

	28.	Решение задач по теме «Угол между прямой и плоскостью»	2
	29.	Решение задач по теме «Перпендикулярность плоскостей в пространстве»	1
Раздел 8. Тема 8.1. «Векторы в пространстве»	30.	Решение задач на нахождение длин векторов	1
	31.	Решение задач на действия с векторами	2
	32.	Решение задач на разложение векторов	2
Раздел 9. Тема 9.1. «Тригонометрические формулы»	33.	Соотношения между радианной и градусной мерами углов	1
	34.	Преобразование основных тригонометрических тождеств	2
	35.	Формулы приведения	2
	36.	Формулы сложения	2
	37.	Формулы двойного угла	2
	38.	Формулы половинного угла	1
	39.	Синус и косинус суммы и разности	2
Раздел 10. Тема 10.1. «Тригонометрические уравнения и неравенства»	40.	Вычисление арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа	1
	41.	Уравнение sin x = a	1
	42.	Уравнение cos x = a	1
	43.	Уравнение tg x = a	1
	44.	Решение уравнений, сводящихся к квадратным	2
	45.	Решение однородных уравнений I степени	2
	46.	Решение однородных уравнений II степени	2
	47.	Уравнение a·sin x + b·cos x = c	2
	48.	Уравнения, решаемые разложением левой части на множители	2
	49.	Простейшие тригонометрические неравенства	2
Раздел 11. Тема 11.1. «Тригонометрические функции»	50.	Графическая занятие «Графики тригонометрических функций»	2
	51.	Выполнение тестовых заданий по теме «Свойства и графики тригонометрических функций»	2
Итоговое повторение за I курс	52.	Тренажёр на тему «Показательная и логарифмическая функции»	1
	53.	Тренажёр на тему «Показательные уравнения и неравенства»	1
	54.	Тренажёр на тему «Логарифмы»	1

	55.	Тренажёр на тему «Логарифмические уравнения и неравенства»	1
	56.	Тренажёр на тему «Простейшие тригонометрические уравнения»	1
	57.	Тренажёр на тему «Простейшие тригонометрические неравенства»	1
	58-60	Предэкзаменационная работа.	3
		Итого:	90

3. Информационное обеспечение обучения

Перечень рекомендуемых учебных изданий, интернет-ресурсов, дополнительной литературы

4. Практические занятия

Практическое занятие № 1

Решение задач на действия с дробями

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с видами дробей;
- приобретение навыков по решению задач на действия с дробями.

- Теоретические сведения

Дробь – число, состоящее из одной или нескольких частей (долей) единицы.

Дробь изображается символом (или *a/b*), где *a* и *b* - целые числа. Числитель *a* дроби показывает число взятых долей единицы, разделенной на столько долей, какова величина знаменателя *b*. Дробь можно рассматривать также как частное от деления *a* на *b*.

Виды дробей

По способу записи дроби делятся на 2 формата: *обыкновенные* вида $\pm\frac{m}{n}$ и *десятичные*.

Обыкновенная (или *простая*) дробь — запись рационального числа в виде $\pm\frac{m}{n}$ или $\pm m/n$, где $n \neq 0$. Горизонтальная или косая черта обозначает знак деления, в результате чего получается частное. Делимое называется *числителем* дроби, а делитель — *знаменателем*.

Десятичные дроби

Десятичной дробью называют позиционную запись дроби. Она выглядит следующим образом:

$$\pm a_1 a_2 \ldots a_n , b_1 b_2 \ldots$$

Пример: $3{,}1415926$.

Часть записи, которая стоит до позиционной запятой, является целой частью числа (дроби), а стоящая после запятой — дробной частью. Всякую обыкновенную дробь можно преобразовать в десятичную, которая в этом случае либо имеет конечное число знаков после запятой, либо является периодической дробью.

Правильные и неправильные дроби

Правильной называется дробь, у которой модуль числителя меньше модуля знаменателя. Дробь, не являющаяся правильной, называется *неправильной*, и представляет рациональное число, по модулю большее или равное единице.

Например, дроби $\frac{3}{5}, \frac{7}{8}$ и $\frac{1}{2}$ — правильные дроби, в то время как $\frac{8}{3}, \frac{9}{5}, \frac{2}{1}$ и $\frac{1}{1}$ — неправильные дроби. Всякое отличное от нуля целое число можно представить в виде неправильной обыкновенной дроби со знаменателем 1.

Смешанные дроби

Дробь, записанная в виде целого числа и правильной дроби, называется *смешанной дробью* и понимается как сумма этого числа и дроби. Любое рациональное число можно записать в виде смешанной дроби. В противоположность смешанной дроби, дробь, содержащая лишь числитель и знаменатель, называется *простой*.

Например, $2\frac{3}{7} = 2 + \frac{3}{7} = \frac{14}{7} + \frac{3}{7} = \frac{17}{7}$. В строгой математической литературе такую запись предпочитают не использовать из-за схожести обозначения смешанной дроби с обозначением произведения целого числа на дробь, а также из-за более громоздкой записи и менее удобных вычислений.

Значение дроби и основное свойство дроби

Дробь является всего лишь записью числа. Одному и тому же числу могут соответствовать разные дроби, как обыкновенные, так и десятичные.

Если умножить числитель и знаменатель дроби на одинаковую величину:

$$\frac{P}{R} = \frac{C \cdot P}{C \cdot R},$$

то значение дроби останется прежним, хотя дроби — разные. Например:

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16}$$

И обратно, если числитель и знаменатель заданной дроби имеют общий делитель, то обе части можно разделить на него; такая операция называется *сокращением* дроби. Пример:

$\frac{12}{16} = \frac{12:4}{16:4} = \frac{3}{4}$ — здесь числитель и знаменатель дроби сократили на общий делитель 4.

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграф 1 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).
Задание 2 (вариант 1).
Выполнить упражнение № 4 на стр. 6 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Выполнить упражнение № 5 на стр. 6 учебника.

Практическое занятие № 2

Решение уравнений и неравенств

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с видами уравнений;
- приобретение навыков по решению уравнений;
- ознакомление с видами неравенств;
- приобретение навыков по решению неравенств.

- Теоретические сведения

Линейным уравнением называется уравнение вида $ax + b = 0$ и любое другое уравнение, приводимое к такому виду (например, $ax + b = cx + d$),

- a — коэффициент при неизвестной,

- b — свободный член (любое число).

Решить уравнение значит найти такое число (корень уравнения), что при подстановке его вместо переменной x получается верное равенство.

Квадратное уравнение — уравнение вида **$ax^2 + bx + c = 0$**, где **a**, **b**, **c** — некоторые числа (**$a \neq 0$**), **x** — неизвестное.

Числа **a**, **b**, **c** называются коэффициентами квадратного уравнения,

- **a** называется первым коэффициентом;
- **b** называется вторым коэффициентом;
- **c** — свободным членом.

Приведенное квадратное уравнение — уравнение вида $x^2pxq=0$, первый коэффициент которого равен единице ($a=1$).

Если в квадратном уравнении коэффициенты b и c не равны нулю, то уравнение называется **полным** квадратным уравнением. Например, уравнение $2x^2-8x3=0$. Если один из коэффициентов b или c равен нулю или оба коэффициента равны нулю, то квадратное уравнение называется **неполным**. Например, $5x^2-2x=0$.

Значение неизвестного x, при котором квадратное уравнение обращается в верное числовое равенство, называется корнем этого уравнения. Например, значение $x=2$ является **корнем квадратного уравнения** $x^2-5x6=0$, потому что $2^2-5\cdot2-6=0$ или $0=0$ — это верное числовое равенство.

Решить квадратное уравнение — это значит найти множество его корней.

Кубическое уравнение - уравнение третьего порядка, вида **$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$**, где **a** не равно 0. Число **x** называется корнем кубического уравнения, если при его подстановке уравнение обращается в верное равенство. Кубическое уравнение всегда имеет 3 корня.

Линейное неравенство – это неравенство вида **$ax + b > 0$ (или $ax + b < 0$)**, где **a** и **b** – любые числа, причем **$a \neq 0$**.

Решением неравенства с одной переменной называется значение переменной, которое обращает его в верное числовое неравенство.

Решить неравенство – это значит найти все его решения или доказать, что решений нет.

Неравенство вида

$$ax^2+bx+c>0$$

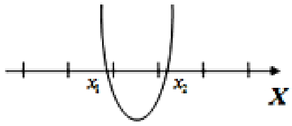
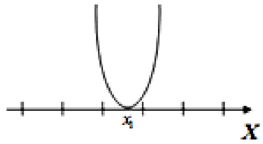
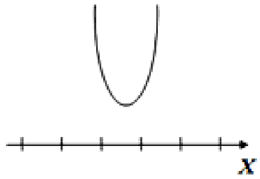
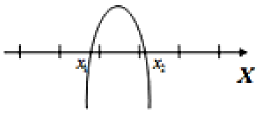
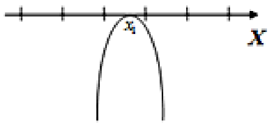
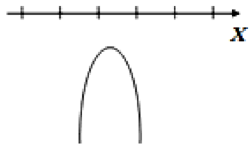
$$\left(ax^2+bx+c\geq0,\ ax^2+bx+c<0,\ ax^2+bx+c\leq0\right)$$

где **x** - переменная, **a, b, c** - числа, $a \neq 0$, называется *квадратным*.

При решении квадратного неравенства необходимо найти корни соответствующего квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$. Для этого необходимо найти дискриминант данного квадратного уравнения. Можно получить 3 случая:

1) **D=0**, квадратное уравнение имеет один корень;
2) **D>0** квадратное уравнение имеет два корня;
3) **D<0** квадратное уравнение не имеет корней.

В зависимости от полученных корней и знака коэффициента **a** возможно одно из шести расположений графика функции $y=ax^2+bx+c$:

	$D>0$	$D=0$	$D<0$
$a>0$			
$a<0$			

- Ход занятийы.

Задание 1 (вариант 1).
Решите уравнения:
1. $8x - 19 = 5$
2. $5x^2 - 90x + 405 = 0$
3. $x^3 - 6x^2 - 6x - 2 = 0$

Задание 1 (вариант 2).
Решите уравнения:
1. $2x + 7 = 0$
2. $2x^2 + 4x - 7 = 0$
3. $-6 + 11x - 6x^2 + x^3 = 0$

Задание 2 (вариант 1).
Решите неравенства:
1. $x+3 > 5x-5$
2. $10x^2 - 6x+12 \le 0$

Задание 2 (вариант 2).
Решите неравенства:
1. $3x - 5 < 6 - 2x$
2. $x^2 - 8x + 12 \ge 0$

Практическое занятие № 3

Решение пропорций и задач на проценты

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с пропорциями и процентами;
- приобретение навыков по решению пропорций и задач на проценты.

- Теоретические сведения

Пропорцией называется равенство

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d},$$

в котором все числа не равны нулю.

Пусть дана пропорция, в которой одно (любое) из чисел неизвестно.
Используем **свойство пропорции**: произведение крайних членов пропорции равно произведению ее средних членов. Для этого перепишем пропорцию в виде a : b = c : d.
Теперь легко увидеть, что крайние члены - это a и d, а средние - b и c. Получаем ad = bc.
Выразить из этого выражения неизвестную величину легко, ведь когда мы подставим числа - получится **линейное уравнение** с одной неизвестной.

Чтобы решить это уравнение, нужно разделить обе части уравнения на коэффициент при неизвестной.

Проценты – это числа, представляющие собой частные случаи десятичных дробей. Процентом называется дробь 1/100 (0,01).

Один процент – это одна сотая часть числа, то есть 1% = 0,01.

Отсюда следует вывод: само число всегда составляет 100%.

Чтобы выразить число в процентах, надо это число умножить на 100.

Чтобы выразить процент десятичной дробью или натуральным числом, нужно число, стоящее перед знаком %, разделить на 100.

Чтобы найти данное число процентов от числа, нужно проценты записать десятичной дробью, а затем число умножить на эту десятичную дробь.

Чтобы найти, сколько процентов одно число составляет от другого, нужно разделить первое число на второе и полученную дробь записать в виде процентов.

- Ход занятийы.

Задание 1 (вариант 1).

Решите пропорцию:

$$\frac{15}{3} = \frac{x}{2}$$

Задание 1 (вариант 2).

Решите пропорцию:

$$\frac{20}{15} = \frac{16}{\mathrm{x}}$$

Задание 2 (вариант 1).

При оплате услуг через платежный терминал взимается комиссия 5%. Терминал принимает суммы, кратные 10 рублям. Аня хочет положить на счет своего мобильного телефона не меньше 300 рублей. Какую минимальную сумму она должна положить в приемное устройство данного терминала?

Задание 2 (вариант 2).

На покупку планшета взяли кредит 20000 р. на 1 год под 16 % годовых. Вычислите, сколько денег необходимо вернуть банку, какова ежемесячная сумма выплат?

Практическое занятие № 4

Построение графиков числовых функций

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:
  - ознакомление с понятием числовой функции;
  - приобретение навыков по построению графиков числовых функций.

- Теоретические сведения

Функцией, в частности **числовой функцией**, называется закон соответствия, по которому каждому элементу из множества Х ставится в соответствие единственный элемент из множества У.

$$\begin{array}{ccc} & x \xrightarrow{f} y & \\ x \in X & & y \in Y \end{array}$$

Обозначения:

x $\rightarrow$ независимая переменная (аргумент)

y $\rightarrow$ зависимая переменная (функция)

y = f (x) , f $\rightarrow$ закон соответствия.

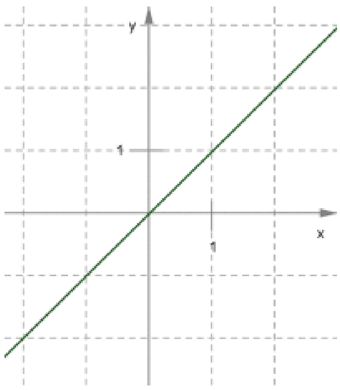
Множество $X \rightarrow D(f)$ - **область определения** функции. Это множество всех допустимых значений переменной **x**.

Множество $Y \rightarrow E(f)$ - **область значения** функции. Это все значения, которые пробегает переменная **y**.

Графический способ задания функции: функция задаётся графиком.
Если дана функция y = f (x), x   X и на координатной плоскости xOy отмечены все точки вида (x;y), где $x \in X$, а   y = f x), то множество этих точек называют графиком функции y = f (x), $x \in X$.

Пример:

y =kx + m - *прямая*



- Ход занятийы.

Задание 1 (вариант 1).

Постройте график функции:

$\mathbf{y = \sqrt{x-1}}$

Задание 1 (вариант 2).

Постройте график функции:

$\mathbf{y = x^2 - x - 2}$.

Задание 2 (вариант 1).

Постройте график функции:

$$y = \frac{1}{x+5}$$

Задание 2 (вариант 2).

Постройте график функции:

$$y = \frac{1}{x} - 3$$

Практическое занятие № 5

Решение задач по теме «Действительные числа»

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с натуральными, целыми, рациональными числами, периодической дробью, формами их записи;
- ознакомление с иррациональными числами, множеством действительных чисел, модулем действительного числа;
- решение заданий по записи бесконечной десятичной дроби в виде обыкновенной;
- решение заданий с десятичными и обыкновенными дробями;
- выполнение вычислений с иррациональными выражениями;
- сравнение числовых значений иррациональных выражений.

- Теоретические сведения

Действительные числа – это числа, которые могут быть записаны в виде конечной или бесконечной (периодической или непериодической) десятичной дроби.

Действительным числом является любое рациональное, а также любое иррациональное число.

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграфы 1, 2 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).
Задание 2 (вариант 1).
Выполнить упражнения № 1-3 на стр. 6 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Выполнить упражнения № 6-10 на стр. 10 учебника.

Практическое занятие № 6

Решение задач по теме «Корень n-ой степени и его свойства»

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с арифметическим корнем натуральной степени;
- определение арифметического корня натуральной степени;
- извлечение корня n-ой степени.

- Источники:

Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004.

- Теоретические сведения

Корень n-й степени из числа a — это число, n-я степень которого равна a.
Если n — чётно:

- Тогда, если **a < 0,** корень **n**-ой степени из **a** не определен.
- Или, если **a ≥ 0**, то неотрицательный корень уравнения $x^n = a$ называется арифметическим корнем **n**-ой степени из **a** и обозначается $\sqrt[n]{a}$.

Если n — нечётно:

- Тогда уравнение $x^n = a$ имеет единственный корень при любом a.

Пример:
$\sqrt[4]{10000} = 10,\ \sqrt[5]{-243} = -3,\ \sqrt[6]{64} = 2.$

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграф 4 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).
Задание 2 (вариант 1).
Выполнить упражнения № 27-36 на стр. 21 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Выполнить упражнения № 37-45 на стр. 22 учебника.

Практическое занятие № 7

Вычисление степени с рациональным и действительным показателями

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с понятием степени, степени рациональным и действительным показателями;

- приобретение навыков по вычислению степени с рациональным и действительным показателями.

- Теоретические сведения

Степенью числа *a* с натуральным показателем *n*, большим 1, называется произведение *n* множителей, каждый из которых равен *a*.

Степенью числа *a* с показателем 1 называется само число *a*.

Степень с основанием *a* и показателем *n* записывается так: a^n .

Нахождение значения степени называют **возведением в степень**.

При умножении степеней с одинаковыми основаниями основания оставляют прежним, а показатели степеней складывают.

$$a^m a^n a^k = a^{m+n} a^k = a^{(m+n)+k} = a^{m+n+k}$$

При делении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а из показателя степени делимого вычитают показатель степени делителя.

Степень числа а, не равного нулю, с нулевым показателем равна единице:

$$a^0 = 1$$

Для любых a и b и произвольного натурального числа n:

$$\mathbf{(a \bullet b)^n = a^n \bullet b^n}$$

Для любого числа a и произвольных натуральных чисел m и n:

$$\boldsymbol{(a^m)^n = a^{m \bullet n}}$$

Степенью числа а>0 с рациональным показателем $r = \frac{m}{n}$, где *m* - целое число, а *n* - натуральное (n>1), называется число $\sqrt[n]{a^m}$, т.е.

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \ a > 0$

$a^0 = 1, \ a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$

Свойства степени с рациональным показателем:

$a > 0, \ b > 0, \ p \in \mathbf{Q}, \ q \in \mathbf{Q}$

1. $a^p a^q = a^{p+q};$
2. $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q};$
3. $(a^p)^q = a^{pq};$
4. $(ab)^p = a^p b^p;$
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}.$

Определение степени с действительным показателем.

Можно определить степень $a^x \quad (a > 0)$ не только для рационального, но и для любого действительного показателя *x*. Для этого рассматривают последовательность рациональных приближений к числу *x*, т. е. последовательность рациональных чисел $x_1, x_2, \ldots,$ которые задают число *x* с любой степенью точности. Затем вычисляют степени с рациональными показателями $a^{x_1}, a^{x_2}, \ldots$ Оказывается, что эти числа являются приближениями к некоторому числу *y*, причём, уточнением рационального приближения числа *x* можно добиться вычисления a^x с любой степенью точности. Это число и считают степенью a^x с показателем *x*.

Свойства степени с действительным показателем.

На степени с действительными показателями переносятся все свойства степеней с рациональными показателями.

1) $a^{x_1} \cdot a^{x_2} = a^{x_1+x_2}$,

2) $\dfrac{a^{x_1}}{a^{x_2}} = a^{x_1-x_2}$,

3) $\left(a^{x_1}\right)^{x_2} = a^{x_1 \cdot x_2}$,

4) $(ab)^x = a^x \cdot b^x$,

5) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$,

6) $a^x = b \quad \Leftrightarrow \quad a = b^{\frac{1}{x}} \quad (x > 0)$,

7) $a^x > 0$ при любом действительном x,

8) пусть $x_1 < x_2$. Если $a > 1$, то $a^{x_1} < a^{x_2}$; если $0 < a < 1$, то $a^{x_1} > a^{x_2}$.

Основания степеней везде считаются положительными.

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграф 5 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).
Задание 2 (вариант 1).
Выполнить упражнения № 57 (1 3,5) - 62 (1,3,5) на стр. 31 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Выполнить упражнения № 57 (2,4,6) - 62 (2,4,6) на стр. 31 учебника.

Практическое занятие № 8

Геометрические преобразования графиков степенных функций

(название практической занятийы)

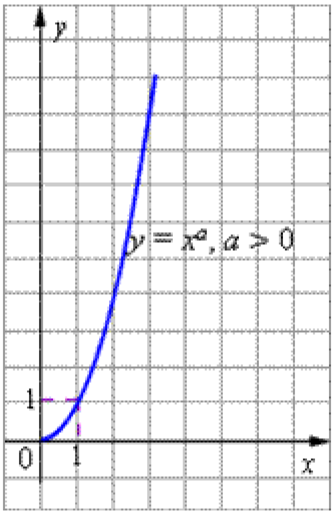
- Цель практической занятийы:

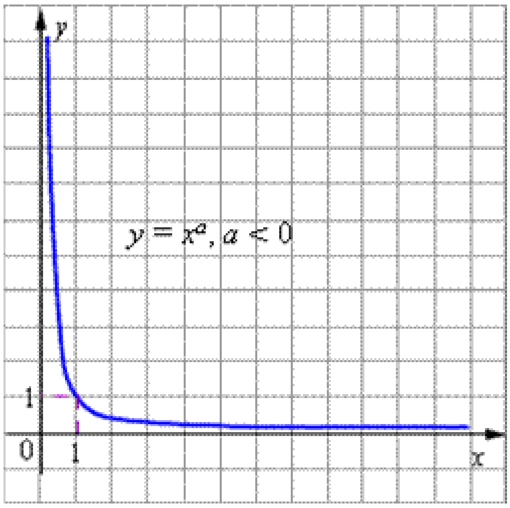
- ознакомление с видами степенных функций;
- приобретение навыков по построению графиков степенных функций (с различными показателями).

- Теоретические сведения

Степенной функцией с вещественным показателем а называется функция $y = x^n$, $x > 0$.
К основным свойствам степенной функции у = x^a при $a > 0$ относятся:

- Область определения функции - промежуток (0; +∞).
- Область значений функции - промежуток (0; +∞).
- Для любых a график функции проходит через точку (1; 1).
- Функция строго монотонно возрастает в области определения функции, то есть, если $x_1 < x_2$ то $a^r{}_1 < a^r{}_2$.
- График степенной функции при $a > 0$ изображен на рисунке.





- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграф 6 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).
Задание 2 (вариант 1).
Выполнить упражнения № 119-122 на стр. 44 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Выполнить упражнения № 123-126 на стр. 44-45 учебника.

Практическое занятие № 9

Решение равносильных уравнений и неравенств

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с равносильными уравнениями и неравенствами;
- приобретение навыков по решению равносильных уравнений и неравенств.

- Теоретические сведения

Уравнения, имеющие одни и те же корни (в случае кратных корней нужно, чтобы кратности соответствующих корней совпадали), называют **равносильными**. Равносильными считаются и уравнения, каждое из которых не имеет корней.

Равносильные преобразования.

- Если к обеим частям уравнения прибавить один и тот же многочлен от x, то получим уравнение, равносильное данному.
- Если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится уравнение, равносильное данному.
- Если в уравнении какое-нибудь слагаемое перенести из одной части в другую, изменив его знак, то получится уравнение, равносильное данному.

Два неравенства с одной переменной называются равносильными, если множества решений этих неравенств совпадают; в частности, неравенства равносильны, если оба не имеют решений.

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграфы 7, 8 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).
Задание 2 (вариант 1).

Выполнить упражнения № 138-140 на стр. 56 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Выполнить упражнения № 141-143 на стр. 57 учебника.

Практическое занятие № 10

Решение иррациональных уравнений

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с иррациональными уравнениями;
- приобретение навыков по решению иррациональных уравнений.

- Источники:

Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004.

- Теоретические сведения

Уравнения, содержащие неизвестную под знаком радикала, называются **иррациональными уравнениями**.

Например:

$$\sqrt{x-2}-\sqrt{3x-17}=1, \qquad \sqrt{x}-\sqrt[4]{x}-2=0,$$

$$\sqrt[3]{x^2-1}+\sqrt[3]{x^2+2}=\sqrt{3-2x}, \qquad \sqrt{x^2-3x+4}=2.$$

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграф 9 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).
Задание 2 (вариант 1).
Выполнить упражнения № 151, 152 на стр. 60 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Выполнить упражнения № 153, 154 на стр. 60 учебника.

Практическое занятие № 11

Решение иррациональных неравенств

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с иррациональными неравенствами;
- приобретение навыков по решению иррациональных неравенств.

- Теоретические сведения

Если в неравенство входят функции под знаком корня, то такие неравенства называют **иррациональными**.

Стандартный метод решения этих неравенств заключается в возведении обеих частей неравенства в нужную степень: если в неравенство входит квадратный корень, то в квадрат; входит корень третьей степени − в куб и т. д.

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать параграф 10 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).
Задание 2 (вариант 1).
Выполнить упражнения № 165, 166 на стр. 66 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Выполнить упражнения № 167, 168 на стр. 66 учебника.

Практическое занятие № 12

Геометрические преобразования графиков показательных функций

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- определение показательной функции;
- изучение свойств показательной функции;
- приобретение навыков в построении графиков показательных функций.

- Теоретические сведения

Функцию вида $y = a^x$, где $a>0$, $a\neq1$, x – любое число, называют **показательной функцией**.

Область определения показательной функции: D (y) = R – множество всех действительных чисел.

Область значений показательной функции: E (y) = R_+ - множество всех положительных чисел.

Показательная функция $y = a^x$ возрастает при **a>1**.

Показательная функция $y = a^x$ убывает при **0<a<1**.

Справедливы все свойства степенной функции:

$\mathbf{a^0=1}$ Любое число (кроме нуля) в нулевой степени равно единице.

$\mathbf{a^1=a}$ Любое число в первой степени равно самому себе.

$\mathbf{a^x \cdot a^y=a^{x+y}}$ При умножении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а показатели складывают.

$\mathbf{a^x : a^y=a^{x-y}}$ При делении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а из показателя степени делимого вычитают показатель степени делителя.

$\mathbf{(a^x)^y=a^{xy}}$ При возведении степени в степень основание оставляют прежним, а показатели перемножают.

$\mathbf{(a \cdot b)^x=a^x \cdot b^y}$ При возведении произведения в степень возводят в эту степень каждый из множителей.

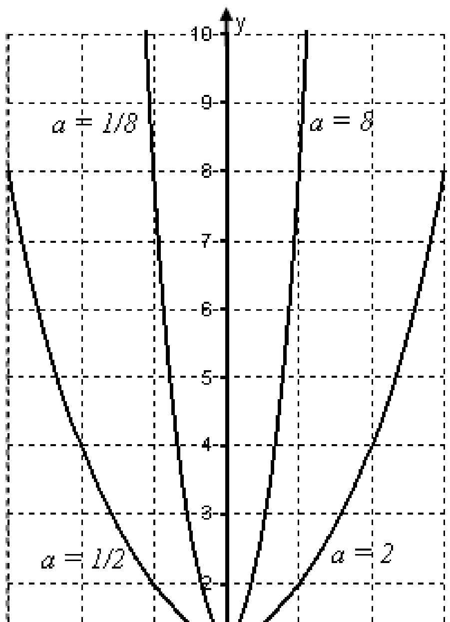
$\mathbf{(a/b)^x=a^x/b^y}$ При возведении дроби в степень возводят в эту степень и числитель и знаменатель дроби.

$\mathbf{a^{-x}=1/a^x}$

$\mathbf{(a/b)^{-x}=(b/a)^x}$

График показательной функции

На графике представлены значения показательной функции $y (x) = a^x$ для четырех значений **основания степени**: $a=2$, $a=8$, $a=1/2$ и $a=1/8$. На графике видно, что при $a> 1$ показательная функция монотонно возрастает. Чем больше основание степени a, тем более сильный рост. При $0 < a < 1$ показательная функция монотонно убывает. Чем меньше показатель степени a, тем более сильное убывание.



- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать параграф 11 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2 (вариант 1).

Выполнить упражнения № 192-196 на стр. 74 учебника.

Задание 2 (вариант 2).

Выполнить упражнения № 197-200 на стр. 74 учебника.

Практическое занятие № 13

Решение показательных уравнений

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с показательными уравнениями;
- приобретение навыков по решению показательных уравнений.

- Теоретические сведения

Показательные уравнения – это уравнения, в которых переменные находятся в степенях, а основанием является число. Например: $6^x=36$.

Алгоритм решения показательного уравнения:

1. Нужно проверить, **одинаковые** ли основания у уравнения справа и слева. Если основания не одинаковые, ищем варианты для решения данного примера.
2. После того, как основания станут одинаковыми, **приравниваем** степени и решаем полученное новое уравнение.

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать параграф 12 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2 (вариант 1).

Выполнить упражнения № 208-211 на стр. 77 учебника.

Задание 2 (вариант 2).

Выполнить упражнения № 212-216 на стр. 77 учебника.

Практическое занятие № 14

Решение показательных неравенств

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с показательными неравенствами;
- приобретение навыков по решению показательных неравенств.

- Теоретические сведения

Неравенства вида $a^x>b$ (a^x³b) или $a^x<b$ (a^x£b), где $a>0$, a¹$1$, называются простейшими показательными неравенствами.

Решение показательных неравенств основано на строгой монотонности показательной функции:

- при основании, большем единицы, показательная функция возрастает;
- при положительном основании, меньшем единицы, показательная функция убывает.

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграф 13 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).
Задание 2 (вариант 1).
Выполнить упражнения № 228, 230 (1,3) на стр. 81 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Выполнить упражнения № 229, 230 (2,4) на стр. 81 учебника.

Практическое занятие № 15

Решение систем показательных уравнений и неравенств

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- получение навыков решения систем показательных уравнений и неравенств.

- Теоретические сведения

При решении систем показательных уравнений и неравенств, применяются те же приемы, что при решении систем алгебраических уравнений и неравенств (метод подстановки, метод сложения, метод введения новых переменных).

Во многих случаях, прежде чем применить тот или иной метод решения, следует преобразовать каждое уравнение (неравенство) системы к возможно более простому виду.

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграф 14 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).
Задание 2 (вариант 1).
Выполнить упражнения № 240 (1,3), 241 (1), 242 (1) на стр. 84 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Выполнить упражнения № 240 (2,4), 241 (2), 242 (2) на стр. 84 учебника.

Практическое занятие № 16

Вычисление логарифмов

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с логарифмами;
- приобретение навыков в вычислении логарифмов.

- Теоретические сведения

Логарифмом положительного числа N по основанию ($b > 0$, $b \neq 1$) называется показатель степени x , в которую нужно возвести b, чтобы получить N .
Обозначение логарифма:

$$\log_b N = x .$$

Эта запись равнозначна следующей: $b^x = N$.
Вышеприведенное определение логарифма можно записать в виде тождества:

$$b^{\log_b N} = N.$$

Если немного перефразировать - **логарифм** числа b по основанию a определяется как показатель степени, в которую надо возвести число a, чтобы получить число b (логарифм существует только у положительных чисел).

Логарифм в переводе с греческого буквально означает «число, изменяющее отношение».

Специальные обозначения:

1. Натуральный логарифм $\ln a$ - логарифм по основанию e, где e - число Эйлера.
2. Десятичный логарифм $\lg a$ - логарифм по основанию 10.

П р и м е р ы : $\log_3 81 = 4$, так как $3^4 = 81$;

$\log_{1/3} 27 = -3$, так как $(1/3)^{-3} = 3^3 = 27$.

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать параграф 15 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2 (вариант 1).

Выполнить упражнения № 266-272 на стр. 90 учебника.

Задание 2 (вариант 2).

Выполнить упражнения № 273-278 на стр. 90-91 учебника.

Практическое занятие № 17

Основные свойства логарифмов

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:
  - ознакомление с основными свойствами логарифмов;
  - приобретение навыков в вычислениях с использованием основных свойств логарифмов.

- Теоретические сведения

Основные свойства логарифмов:

1) $\log_b b = 1$, так как $b^1 = b$.

2) $\log_b 1 = 0$, так как $b^0 = 1$.

3) *Логарифм произведения равен сумме логарифмов сомножителей:*

$$\log(ab) = \log a + \log b.$$

4) *Логарифм частного равен разности логарифмов делимого и делителя:*

$$\log(a/b) = \log a - \log b.$$

5) *Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм её основания:*

$$\log(b^k) = k \cdot \log b.$$

6) *Формула перехода от одного основания логарифма к другому основанию:*

$$\log_b N = \frac{\log_a N}{\log_a b}.$$

В частном случае при $N = a$ имеем:

$$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}.$$

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать параграф 16 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2 (вариант 1).

Выполнить упражнения № 290 (1,3), 291 (1,3), 292 (1,3), 293 (1,3), 294 (1,3), 295 (1) на стр. 93 учебника.

Задание 2 (вариант 2).

Выполнить упражнения № 290 (2,4), 291 (2,4), 292 (2,4), 293 (2,4), 294 (2,4), 295 (2) на стр. 93 учебника.

Практическое занятие № 18

Геометрические преобразования графиков логарифмических функций

(название практической занятийы)

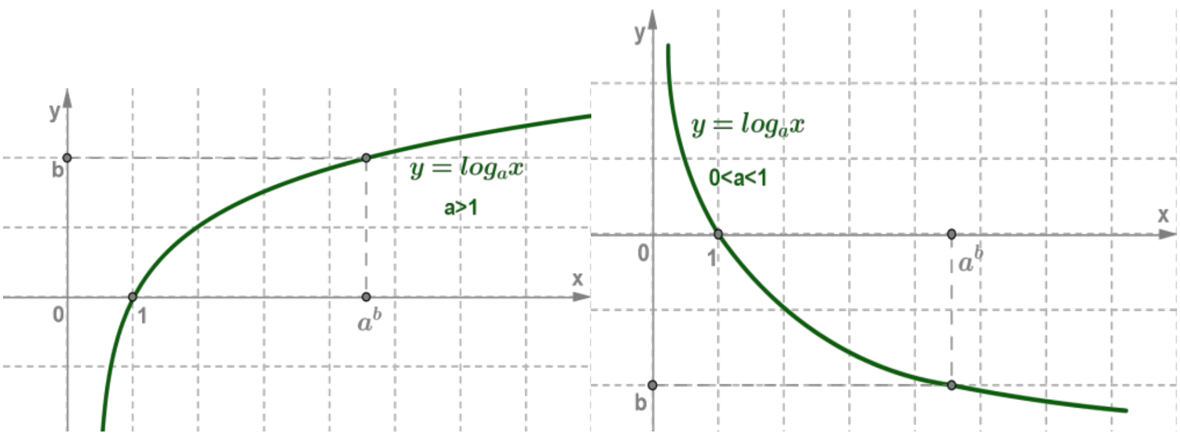
- Цель практической занятийы:

- приобретение навыков по построению графиков логарифмических функций;
- приобретение навыков по анализу графиков логарифмических функций.

- еоретические сведения

Функцию, заданную формулой $y = \log_a x$, называют **логарифмической функцией** с основанием a.

(a>0, a≠1)



Основные свойства логарифмической функции:

1. Область определения логарифмической функции - множество всех положительных чисел.
$D(f) = (0;+\infty)$

2. Множество значений логарифмической функции - множество R всех действительных чисел.
$E(f) = (-\infty;+\infty)$

3. Логарифмическая функция на всей области определения возрастает при $a>1$ или убывает при $0<a<1$.

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграфы 17, 18 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).
Задание 2 (вариант 1).
Выполнить упражнения № 301, 305 (1-3), 306 (1), 307 (1,3,5) на стр. 97 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Выполнить упражнения № 302, 305 (4-6), 306 (2), 307 (2,4,6) на стр. 97 учебника.
Задание 3 (вариант 1).
Выполнить упражнения № 318-323 на стр. 101-102 учебника.
Задание 3 (вариант 2).
Выполнить упражнения № 324-328 на стр. 102 учебника.

Практическое занятие № 19

Решение логарифмических уравнений

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:
  - приобретение навыков по решению логарифмических уравнений с использованием основного логарифмического тождества и свойств логарифмов.

- Источники:

Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004.

- Теоретические сведения

Уравнение, содержащее неизвестное под знаком логарифма или (и) в его основании, называется **логарифмическим уравнением**.
Простейшим логарифмическим уравнением является уравнение вида

$$\log_a x = b.$$

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграф 19 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).
Задание 2 (вариант 1).
Выполнить упражнения № 336-339 на стр. 106 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Выполнить упражнения № 340-342 на стр. 106 учебника.

Практическое занятие № 20

Решение логарифмических неравенств

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- приобретение навыков по решению логарифмических неравенств с использованием основного логарифмического тождества и свойств логарифмов.

- Теоретические сведения

Логарифмическим неравенством называется неравенство, в котором неизвестная величина стоит под знаком логарифма.

Решение логарифмических неравенств основывается на свойстве монотонности логарифмической функции: функция у = $\log_a x$ монотонно возрастает, если a>1 , и монотонно убывает, если 0< a <1.

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать параграф 20 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2 (вариант 1).

Выполнить упражнения № 354 (1,3), 355 (1,3,5), 356 (1,3), 357 (1) на стр. 109-110 учебника.

Задание 2 (вариант 2).

Выполнить упражнения № 354 (2,4), 355 (2,4,6), 356 (2,4), 357 (2) на стр. 109-110 учебника.

Практическое занятие № 21

Решение систем логарифмических уравнений и неравенств

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- приобретение навыков по решению систем логарифмических уравнений и неравенств с использованием основного логарифмического тождества и свойств логарифмов.

- Источники:

Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004.

- Теоретические сведения

При решении **системы логарифмических уравнений** используются обычные приемы решения логарифмических уравнений, такие как метод, заключающийся в преобразовании уравнения к виду $\log_a f(x) = \log_a g(x)$, затем к виду $f(x) = g(x)$ и метод введения новой переменной, а также обычные приемы решения систем.

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать параграфы 19, 20 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2 (вариант 1).

Выполнить упражнения № 25 на стр. 96 учебника «Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы. 10 класс: базовый уровень»/ М.И. Шабунин, № 27 (стр. 97), № 9 (стр. 100), № 6 (стр. 110).

Задание 2 (вариант 2).
Выполнить упражнения № 26 на стр. 96 учебника «Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы. 10 класс: базовый уровень»/ М.И. Шабунин, № 28 (стр. 97), № 11 (стр. 100), № 7 (стр. 110).

Практическое занятие № 22

Решение задач на следствия из аксиом

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с аксиомами и следствиями из них;
- приобретение навыков по решению задач на следствия из аксиом.

- Теоретические сведения

Аксиомы стереометрии и следствия из них устанавливают взаимоотношения между основными фигурами стереометрии: точкой, прямой и плоскостью.
Точка может лежать на прямой, может не лежать на прямой.
Прямая может принадлежать плоскости, может не принадлежать плоскости.
Плоскость может проходить через прямую, не проходить через нее, содержать точку, не содержать точку.

Аксиома 1 (А1)

Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.

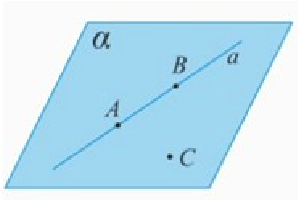


Рис. 1.

Рассмотрим три точки: *A, B, C*, причем точка *C* не принадлежит прямой *AB*: $C \notin AB$ (Рис. 1.). Тогда через три точки *A, B, C,* не лежащие на одной прямой, проходит плоскость α, и притом только одна. Плоскость α можно также обозначить через три точки *ABC*.

Аксиома 2 (А2)

Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.

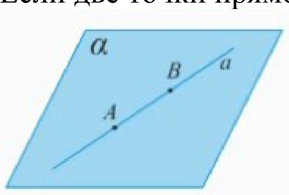


Рис. 2.

$$\begin{cases} A \in \alpha \\ B \in \alpha \end{cases} \Rightarrow AB \in \alpha.$$

Аксиома 3 (А3).

Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей (плоскости пересекаются по прямой).

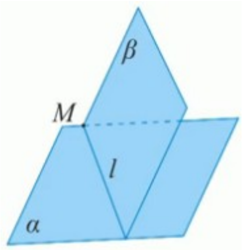


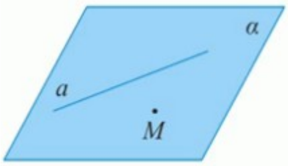
Рис. 3.

$$\begin{cases} M \in \alpha \\ M \in \beta \Rightarrow \alpha \cap \beta = l. \\ \alpha \neq \beta \end{cases}$$

Теоремы, которые следуют из аксиом стереометрии.

Теорема 1

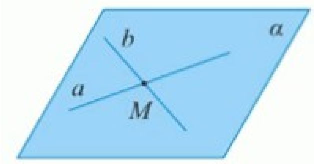
Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна.



$M \notin a \Rightarrow \begin{cases} a \in \alpha \\ M \in \alpha' \end{cases}$ α единственная.

Теорема 2

Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.



$a \cap b = M \Rightarrow \text{пл.}\ \alpha \ \begin{cases} a \in \alpha \\ b \in \alpha \end{cases}$, пл. α — единственная.

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать стр. 4-7 учебника (Геометрия, 10-11: Учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни/ Л.С. Атанасян и др. – М.: Просвещение, 2007).

Задание 2 (вариант 1).

Решить задания № 1, 3, 8 на стр. 7-8 учебника.

Задание 2 (вариант 2).

Решить задания № 2, 4, 9 на стр. 7-8 учебника.

Практическое занятие № 23

Решение задач по теме «Параллельность прямой и плоскости в пространстве»

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с понятием параллельности прямой и плоскости в пространстве, признаком параллельности прямой и плоскости;

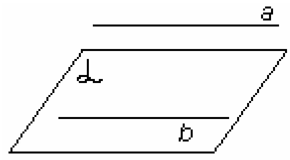
- приобретение навыков по решению задач по теме «Параллельность прямой и плоскости в пространстве».

- Теоретические сведения

Прямая и плоскость называются **параллельными**, если они не имеют общих точек (a || α).

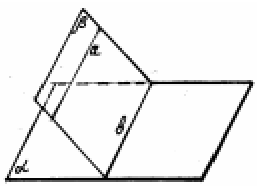
Признак параллельности прямой и плоскости.

Теорема. Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна самой плоскости.



$$\left.\begin{array}{l} a \parallel b \\ b \subset \alpha \\ a \not\subset \alpha \end{array}\right| \Rightarrow a \parallel \alpha$$

Замечания.



1. Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой.
2. Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, а другая прямая имеет с плоскостью общую точку, то эта прямая лежит в данной плоскости.

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать стр. 9-10 учебника (Геометрия, 10-11: Учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни/ Л.С. Атанасян и др. – М.: Просвещение, 2007).

Задание 2 (вариант 1).

Решить задания № 16, 17, 18(а) на стр. 13 учебника.

Задание 2 (вариант 2).

Решить задания № 18(б), 21, 22 на стр. 13 учебника.

Практическое занятие № 24

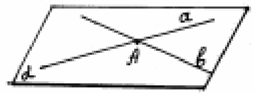
Решение задач по теме «Параллельность плоскостей в пространстве»

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с понятием параллельных плоскостей в пространстве, свойствами параллельных плоскостей;
- приобретение навыков по решению задач по теме «Параллельность плоскостей в пространстве».

- Теоретические сведения



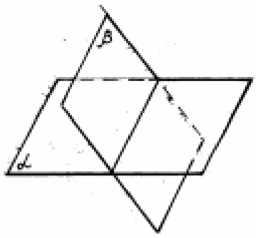
Две плоскости называются **параллельными**, если они не имеют общих точек.

Параллельность плоскостей α и β обозначается так: $\alpha \parallel \beta$.

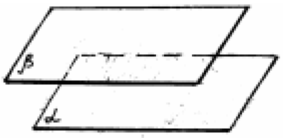
Рассмотрим признак параллельности двух плоскостей.

Теорема. Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

Случаи взаимного расположения плоскостей:

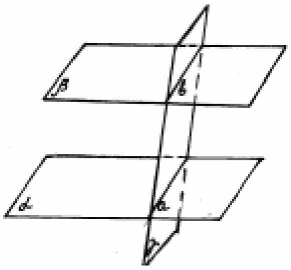


плоскости α и β пересекаются.

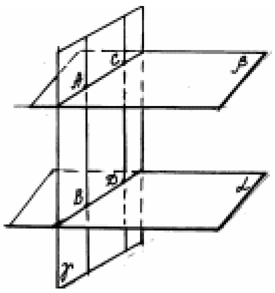


плоскости α и β параллельны.

Свойства параллельных плоскостей:



1. Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны.



2. Отрезки параллельных прямых, заключённые между параллельными плоскостями, равны.

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать стр. 20-21 учебника (Геометрия, 10-11: Учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни/ Л.С. Атанасян и др. – М.: Просвещение, 2007).
Задание 2 (вариант 1).
Решить задания № 49, 50 на стр. 22 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Решить задания № 51, 52 на стр. 22 учебника.

Практическое занятие № 25

Построение сечений многогранников

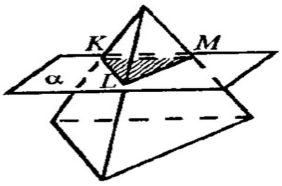
(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с понятием сечения многогранника;
- приобретение навыков по решению задач на построение сечений многогранников.

- Теоретические сведения

Сечением многогранника плоскостью называется геометрическая фигура, представляющая собой множество всех точек пространства, принадлежащих одновременно данным многограннику и плоскости; плоскость при этом называется секущей плоскостью.



Правила построения сечений многогранников:
1) проводим прямые через точки, лежащие в одной плоскости;
2) ищем прямые пересечения плоскости сечения с гранями многогранника, для этого:
а) ищем точки пересечения прямой принадлежащей плоскости сечения с прямой, принадлежащей одной из граней (лежащие в одной плоскости);
б) параллельные грани плоскость сечения пересекает по параллельным прямым.

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать стр. 60-67 учебника (Геометрия, 10-11: Учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни/ Л.С. Атанасян и др. – М.: Просвещение, 2007).
Задание 2 (вариант 1).
Решить задания № 218-220 на стр. 67 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Решить задания № 221-223 на стр. 67 учебника.

Практическое занятие № 26

Решение задач по теме «Перпендикулярность прямой и плоскости в пространстве»
(название практической занятийы)

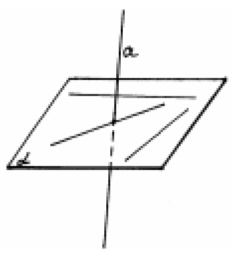
- Цель практической занятийы:
- ознакомление с понятием перпендикулярности прямой и плоскости в пространстве;
- приобретение навыков по решению задач по теме «Перпендикулярность прямой и плоскости в пространстве».

- Источники:

Геометрия, 10-11: Учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни/ Л.С. Атанасян и др. – М.: Просвещение, 2007.

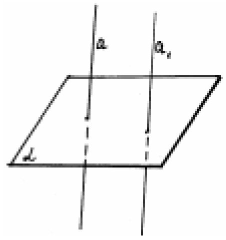
- Теоретические сведения

Прямая называется **перпендикулярной** к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в плоскости.
Говорят также, что плоскость α перпендикулярна к прямой а.



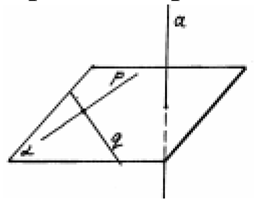
Если прямая а перпендикулярна к плоскости α, то она, очевидно, пересекает эту плоскость. В самом деле, если бы прямая а не пересекала плоскость α, то она лежала бы в этой плоскости или была бы параллельна ей. Но в том и в другом случае в плоскости α имелись бы прямые, не перпендикулярные к прямой а, например прямые, параллельные ей, что невозможно. Значит, прямая а пересекает плоскость α.

Связь между параллельностью прямых и их перпендикулярностью к плоскости.



1. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.
2. Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.

Признак перпендикулярности прямой и плоскости.



Теорема. Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в одной плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.

Замечания.

1. Через любую точку пространства проходит плоскость, перпендикулярная к данной прямой, и притом единственная.
2. Через любую точку пространства проходит прямая, перпендикулярная к данной плоскости, и притом только одна.
3. Если две плоскости перпендикулярны к прямой, то они параллельны.

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать стр. 34-38 учебника (Геометрия, 10-11: Учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни/ Л.С. Атанасян и др. – М.: Просвещение, 2007).

Задание 2 (вариант 1).

Решить задания № 116-118 на стр. 38 учебника.

Задание 2 (вариант 2).

Решить задания № 119-121 на стр. 39 учебника.

Практическое занятие № 27

Решение задач по теме «Перпендикуляр и наклонная»

(название практической занятийы)

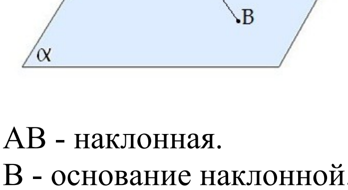
- Цель практической занятийы:

- ознакомление с понятиями перпендикуляра и наклонной;
- приобретение навыков по решению задач по теме «Перпендикуляр и наклонная».

- Теоретические сведения

Наклонной, проведенной из данной точки к данной плоскости, называется любой отрезок, соединяющий данную точку с точкой плоскости, не являющийся перпендикуляром к плоскости.

Конец отрезка, лежащий в плоскости, называется **основанием наклонной**.

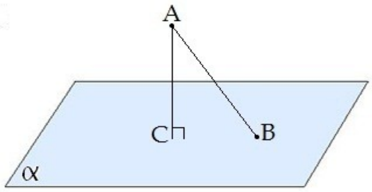


AB - наклонная.

B - основание наклонной.

Перпендикуляром, проведенным из данной точки к данной плоскости, называется отрезок, соединяющий данную точку с точкой плоскости и лежащий на прямой, перпендикулярной плоскости.

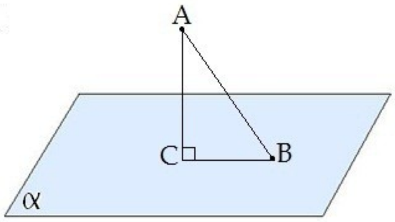
Конец этого отрезка, лежащий в плоскости, называется **основанием перпендикуляра**.



АС - перпендикуляр.
С - основание перпендикуляра.

Расстоянием от точки до плоскости называется длина перпендикуляра, проведенного из этой точки к плоскости.

Отрезок, соединяющий основания перпендикуляра и наклонной, проведенных из одной и той же точки, называется **проекцией наклонной**.



СВ - проеция наклонной АВ на плоскость α.
Треугольник АВС прямоугольный.

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать стр. 40-44 учебника (Геометрия, 10-11: Учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни/ Л.С. Атанасян и др. – М.: Просвещение, 2007).
Задание 2 (вариант 1).
Решить задания № 138-140 на стр. 44 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Решить задания № 141-143 на стр. 44 учебника.

Практическое занятие № 28

Решение задач по теме «Угол между прямой и плоскостью»

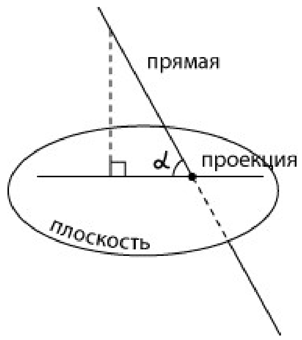
(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с понятием угла между прямой и плоскостью;
- приобретение навыков по решению задач по теме «Угол между прямой и плоскостью».

- Теоретические сведения

Углом между прямой и плоскостью называется угол между этой прямой и её проекцией на плоскость.



Если прямая *параллельна* плоскости, значит, угол между прямой и плоскостью равен нулю.

Если прямая перпендикулярна плоскости, ее проекцией на плоскость окажется точка. Очевидно, в этом случае угол между прямой и плоскостью равен 90°.
Прямая *перпендикулярна* плоскости, если она перпендикулярна любой прямой, лежащей в этой плоскости.

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать стр. 42-44 учебника (Геометрия, 10-11: Учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни/ Л.С. Атанасян и др. – М.: Просвещение, 2007).
Задание 2.
Решить задания № 163-165 на стр. 47 учебника.

Практическое занятие № 29

Решение задач по теме «Перпендикулярность плоскостей в пространстве»

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:
  - ознакомление с понятием перпендикулярности плоскостей в пространстве;
  - приобретение навыков по решению задач по теме «Перпендикулярность плоскостей в пространстве».

- Теоретические сведения

Две пересекающиеся плоскости называются **перпендикулярными**, если угол между ними равен девяноста градусам.
Для обозначения перпендикулярности используют символ вида «$\perp$». То есть, если плоскости α и β перпендикулярны, то можно кратко записать $\alpha \perp \beta$.

Если плоскости α и β перпендикулярны, то можно также сказать, что плоскость α перпендикулярна к плоскости β или плоскость β перпендикулярна к плоскости α. Поэтому перпендикулярные плоскости α и β часто называют взаимно перпендикулярными.

В качестве примера перпендикулярных плоскостей можно привести плоскости стены и пола в комнате.

Признак перпендикулярности двух плоскостей.

Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, то заданные плоскости перпендикулярны.

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать стр. 47-50 учебника (Геометрия, 10-11: Учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни/ Л.С. Атанасян и др. – М.: Просвещение, 2007).

Задание 2.

Решить задания № 166-168 на стр. 54 учебника.

Практическое занятие № 30

Решение задач на нахождение длин векторов

(название практической занятийы)

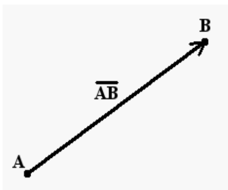
- Цель практической занятийы:

- ознакомление с понятием длины и модуля вектора;
- приобретение навыков в нахождении длин векторов.

- Теоретические сведения

Длина направленного отрезка определяет числовое значение вектора и называется **длиной вектора** или модулем вектора AB.

Для обозначения длины вектора используются две вертикальные линии слева и справа |AB|.



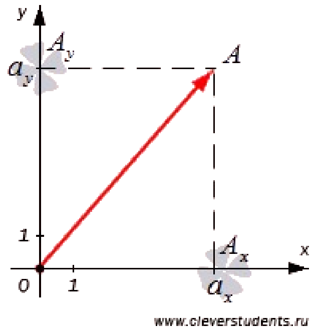
Длина вектора $|\vec{a}|$ в прямоугольных декартовых координатах равна квадратному корню из суммы квадратов его координат.

Формулы длины вектора.

Формула длины вектора для плоских задач

В случае плоской задачи модуль вектора $\vec{a} = \{a_x ; a_y\}$ можно найти воспользовавшись следующей формулой:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$



Формула длины вектора для пространственных задач

В случае пространственной задачи модуль вектора $\vec{a} = \{a_x ; a_y ; a_z\}$ можно найти, воспользовавшись следующей формулой:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать стр. 84-89 учебника (Геометрия, 10-11: Учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни/ Л.С. Атанасян и др. – М.: Просвещение, 2007).

Задание 2.

Решить задания № 328, 329, 330, 333 на стр. 90 учебника.

Практическое занятие № 31

Решение задач на действия с векторами

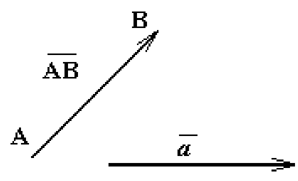
(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с понятием вектора и операциями над векторами: сумма, разность, произведение векторов;
- приобретение навыков по решению задач на действия с векторами.

- Теоретические сведения

Направленный отрезок (или упорядоченная пара точек) называется ***вектором***.



Вектор обычно обозначается символом $\overline{AB}$, где А – начало, а В – конец направленного отрезка, либо одной буквой $\vec{a}$. На чертеже вектор изображается стрелкой.

Начало вектора называют ***точкой его приложения***.

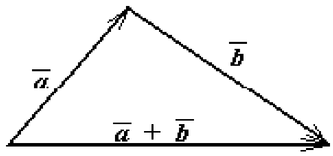
Расстояние между началом и концом вектора называется его **длиной**. Для обозначения длины вектора (его абсолютной величины) пользуются символом модуля. Так $\left|\overline{AB}\right|$ и $|\vec{a}|$ обозначают длины соответствующих векторов.

Вектор единичной длины называют ***ортом***.

К векторам будем относить и так называемый ***нулевой вектор***, у которого начало и конец совпадают. Считается, что нулевой вектор не имеет определенного направления и имеет длину равную нулю. Это позволяет обозначать нулевой вектор вещественным числом 0 (нуль).

Векторы, расположенные либо на одной прямой, либо на параллельных прямых, называются ***коллинеарными***. Нулевой вектор считается коллинеарным любому вектору. Среди коллениарных векторов различают одинаково направленные (сонаправленные) и противоположно направленные векторы.

Векторы называются ***компланарными***, если они лежат либо на одной плоскости, либо на прямых, параллельных одной и той же плоскости.



Два вектора называются ***равными***, если они: 1) коллинеарны; 2) равны по длине; 3) одинаково направлены.

Следствие: Для любого вектора $\vec{a}$ и для любой точки А, существует, и притом единственная, точка В такая, что $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$.

Мы не будем различать двух равных векторов, имеющих разные точки приложения. Такие векторы называются ***свободными*** (в отличие от скользящих и связанных векторов, встречающихся в других науках).

Понятие равенства векторов обладает следующими свойствами:

1. $\vec{a} = \vec{a}$ (рефлексивность).
2. Из того, что $\vec{a} = \vec{b}$, следует $\vec{b} = \vec{a}$ (симметричность).
3. Из того, что $\vec{a} = \vec{b}$ и $\vec{b} = \vec{c}$, следует $\vec{a} = \vec{c}$ (транзитивность).

Действия над векторами.

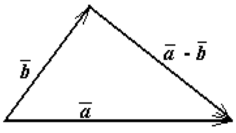
Суммой $\vec{a} + \vec{b}$ двух векторов и называется вектор, имеющий начало в начале вектора $\vec{a}$, а конец – в конце вектора $\vec{b}$, при условии, что вектор $\vec{b}$ приложен к концу вектора $\vec{a}$ В соответствии с определением слагаемые $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и их сумма $\vec{a} + \vec{b}$ образуют треугольник. Поэтому данное правило сложения двух векторов называют «правилом треугольника».

Операция сложения векторов обладает свойствами:

1. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ (коммутативность);
2. $\left(\vec{a} + \vec{b}\right) + \vec{c} \;=\; \vec{a} + \left(\vec{b} + \vec{c}\right)$, (ассоциативность);
3. $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$ для любого вектора $\vec{a}$ (особая роль нулевого вектора);
4. для каждого вектора $\vec{a}$ существует противоположный ему вектор $\vec{a}_1$, такой, что $\vec{a} + \vec{a}_1 = 0$ (для получения $\vec{a}_1$ достаточно поменять местами начало и конец вектора $\vec{a}$).

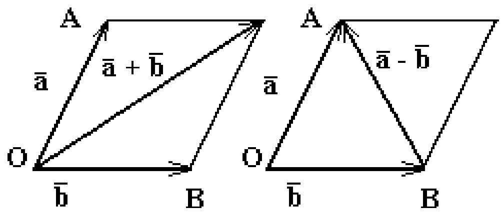
Вектор, противоположный вектору $\vec{a}$, обозначают $\left(-\vec{a}\right)$.

Разностью $\vec{a} - \vec{b}$ векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется сумма вектора $\vec{a}$ и вектора, противоположного вектору $\vec{b}$, т.е. $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + \left(-\vec{b}\right)$.



Разность $\vec{a}-\vec{b}$ получается из вектора $\vec{a}$ сдвигом его начала в конец вектора $\vec{b}$, при условии, что векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ имеют общее начало (рис.3). Очевидно, что $\vec{a}-\vec{a}=\vec{a}+(-\vec{a})=0$ для любого вектора $\vec{a}$.

Замечание: Существует еще одно правило сложения векторов, называемое «правилом параллелограмма»: векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ прикладываются к общему началу *O*, и на них строится параллелограмм. Суммой $\vec{a}+\vec{b}$ будет вектор $\overline{OC}$, расположенный на диагонали параллелограмма. Разностью $\vec{a}-\vec{b}$ здесь будет вектор $\overline{BA}$,расположенный на второй диагонали.



Векторная алгебра имеет дело с двумя типами величин: векторами и числами. Числа обычно называют ***скалярными величинами*** или ***скалярами***.

Произведением $\lambda\vec{a}$ ***вектора*** $\vec{a}$ ***на вещественное число*** **λ** (скаляр) называется вектор $\vec{b}$, такой, что 1) $|\vec{b}| = |\lambda|\cdot|\vec{a}|$; 2) вектор $\vec{b}$ коллинеарен вектору $\vec{a}$; 3) векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ имеют одинаковое (противоположное) направление если $\lambda > 0$ ($\lambda < 0$).

Скалярным произведением двух ненулевых векторов и называется число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними:

$$\bar{a}\bar{b} = \bar{a}\cdot\bar{b} = (\bar{a},\bar{b}) = |\bar{a}||\bar{b}|\cos(\bar{a},\hat{\bar{b}})$$

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать стр. 87-89 учебника (Геометрия, 10-11: Учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни/ Л.С. Атанасян и др. – М.: Просвещение, 2007).

Задание 2.

Решить задания № 344-346 на стр. 91 учебника.

Практическое занятие № 32

Решение задач на разложение векторов

(название практического занятия)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с понятием разложения вектора по компонентам;
- приобретение навыков по решению задач на разложение векторов.

- Источники:

Геометрия, 10-11: Учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни/ Л.С. Атанасян и др. – М.: Просвещение, 2007.

- Теоретические сведения

Для двух коллинеарных векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$ всегда имеет место соотношение: $\bar{a} = k\bar{b}$, где k - некоторое ненулевое число.

Если ввести в рассмотрение единичный вектор (или орт) $\bar{a}_0$, длина которого равна единице: $|\bar{a}_0| = 1$ и который коллинеарен вектору $\bar{a}$, то последний можно представить в виде: $\bar{a} = |\bar{a}| \cdot \bar{a}_0$.
Произвольный вектор $\bar{c}$ можно представить в виде: $\bar{c} = m\bar{a} + n\bar{b}$, где m, n - произвольные числа, а тройка векторов $\bar{a}$, $\bar{b}$ и $\bar{c}$ компланарна (рис. 1).

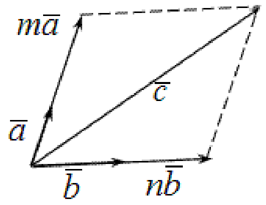


Рис. 1

Представление $\bar{c} = m\bar{a} + n\bar{b}$ называется **разложением вектора** $\bar{c}$ **по компонентам** $\bar{a}$ и $\bar{b}$.
Если векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ не коллинеарны, то приведенное представление единственно.
Для трех попарно неколлинеарных векторов $\bar{a}$, $\bar{b}$ и $\bar{c}$ и произвольного вектора $\bar{d}$ существует единственное разложение: $\bar{d} = m\bar{a} + n\bar{b} + p\bar{c}$

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать стр. 94-95 учебника (Геометрия, 10-11: Учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни/ Л.С. Атанасян и др. – М.: Просвещение, 2007).
Задание 2.
Решить задания № 355-368 на стр. 95 учебника.

Практическое занятие № 33

Соотношения между радианной и градусной мерами углов

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с понятиями радианной и градусной мер углов;
- приобретение навыков в вычислении соотношений между радианной и градусной мерами углов.

- Источники:

Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004.

- Теоретические сведения

Градусная мера. Здесь единицей измерения является *градус* (обозначение °) – это поворот луча на $1/360$ часть одного полного оборота. Таким образом, полный оборот луча равен 360°. Один градус состоит из 60 *минут* (их обозначение ‘); одна минута – соответственно из 60 *секунд* (обозначаются “).

Радианная мера. Как мы знаем из планиметрии, длина дуги l, радиус r и соответствующий центральный угол α связаны соотношением:

$$\alpha = l/r.$$

Эта формула лежит в основе определения радианной меры измерения углов. Так, если $l = r$, то $\alpha = 1$, и мы говорим, что угол α равен 1 радиану, что обозначается: $\alpha = 1$ *рад*. Таким образом, мы имеем следующее определение радианной меры измерения:

Радиан есть центральный угол, у которого длина дуги и радиус равны (А*m*В =АО, рис.1). Итак, *радианная мера измерения угла есть отношение длины дуги, проведенной произвольным радиусом и заключённой между сторонами этого угла, к радиусу дуги.*

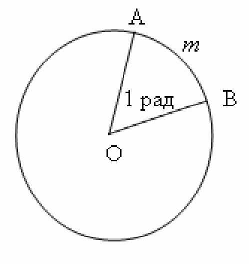


Рис. 1

Следуя этой формуле, длину окружности C и её радиус r можно выразить следующим образом:

$$2\pi = C / r .$$

Так, полный оборот, равный 360° в градусном измерении, соответствует 2π в радианном измерении. Откуда мы получаем значение одного радиана:

$$1 \text{ рад} = \frac{360°}{2\pi} \approx 57°,2958 \approx 57°17'45''.$$

Обратно,

$$1° = \frac{2\pi}{360°} \approx 0.017453 \text{ рад}.$$

Полезно помнить следующую сравнительную таблицу значений наиболее часто встречающихся углов в градусах и радианах:

Углы в градусах	360°	180°	90°	60°	45°	30°
Углы в радианах	2π	π	$\pi/2$	$\pi/3$	$\pi/4$	$\pi/6$

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать параграф 21 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2.

Решить задания № 407, 408, 410 на стр. 118 учебника.

Практическое занятие № 34

Преобразование основных тригонометрических тождеств

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с понятием тригонометрических тождеств;
- приобретение навыков по преобразованию основных тригонометрических тождеств.

- Теоретические сведения

Тригонометрические тождества - математические выражения для тригонометрических функций, которые выполняются при всех значениях аргумента (из общей области определения).

Основные тригонометрические тождества:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1,$$
$$tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1, \quad \alpha \neq \pi n/2, \quad n \in Z,$$
$$1 + tg^2\alpha = 1/\cos^2\alpha, \quad \alpha \neq \pi/2 + \pi n, \quad n \in Z,$$
$$1 + ctg^2\alpha = 1/\sin^2\alpha, \quad \alpha \neq \pi n, \quad n \in Z.$$

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать параграфы 25, 26 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2.

Решить задания № 456-458 на стр. 135-136 учебника.

Практическое занятие № 35

Формулы приведения

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с формулами приведения;
- приобретение навыков по использованию формул приведения.

- Источники:

Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004.

- Теоретические сведения

Формулы приведения предназначены для того, чтобы привести тригонометрическую функцию произвольного угла к тригонометрической функции наименьшего из углов.

β	$\sin\beta$	$\cos\beta$	$tg\beta$	$ctg\beta$
$\pi/2+\alpha$	$\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$-ctg\alpha$	$-tg\alpha$
$\pi+\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$tg\alpha$	$ctg\alpha$
$3\pi/2+\alpha$	$-\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-ctg\alpha$	$-tg\alpha$
$2\pi+\alpha$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$tg\alpha$	$ctg\alpha$
$-\alpha$	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$-tg\alpha$	$-ctg\alpha$
$\pi/2-\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$ctg\alpha$	$tg\alpha$
$\pi-\alpha$	$\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-tg\alpha$	$-ctg\alpha$
$3\pi/2-\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$ctg\alpha$	$tg\alpha$
$2\pi-\alpha$	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$-tg\alpha$	$-ctg\alpha$

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать параграф 31 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2.

Решить задания № 524-526 на стр. 157 учебника.

Практическое занятие № 36

Формулы сложения

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с формулами сложения;
- приобретение навыков по использованию формул сложения.

- Теоретические сведения

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta,$$
$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta,$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta,$$
$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta,$$
$$tg(\alpha+\beta)=\frac{tg\alpha+tg\beta}{1-tg\alpha\cdot tg\beta},\quad tg(\alpha-\beta)=\frac{tg\alpha-tg\beta}{1+tg\alpha\cdot tg\beta}$$

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать параграф 28 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2.

Решить задания № 481-484 на стр. 144-145 учебника.

Практическое занятие № 37

Формулы двойного угла

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с формулами двойного угла;
- приобретение навыков по использованию формул двойного угла.

- Теоретические сведения

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2 a$$
$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$
$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$$
$$tg 2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$$
$$ctg 2\alpha = \frac{ctg^2\alpha - 1}{2ctg\alpha}$$

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграф 29 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).
Задание 2 (вариант 1).
Решить задания № 498 (1,3), 499 (1,3,5), 500 (1,3)-502 (1,3), 503 (1) на стр. 148-149 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Решить задания № 498 (2,4), 499 (2,4,6), 500 (2,4)-502 (2,4), 503 (2) на стр. 144-145 учебника.

Практическое занятие № 38

Формулы половинного угла

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с формулами половинного угла;
- приобретение навыков по использованию формул половинного угла.

- Теоретические сведения

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} \qquad \cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$$

$$tg\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$ctg\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}} = \frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha} = \frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать параграф 30 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).
Задание 2 (вариант 1).
Решить задания № 513 (1,3), 514 (1,3), 515 (1,3), 517 (1,3), 518 (1,3,5) на стр. 152-153 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Решить задания № 513 (2,4), 514 (2,4), 515 (2,4), 517 (2,4), 518 (2,4,6) на стр. 152-153 учебника.

Практическое занятие № 39

Синус и косинус суммы и разности

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с формулами синуса и косинуса суммы и разности;
- приобретение навыков по нахождению синуса и косинуса суммы и разности.

- Теоретические сведения

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\alpha \cdot tg\beta}$$

$$ctg(\alpha \pm \beta) = \frac{ctg\alpha \cdot ctg\beta \mp 1}{ctg\alpha \pm ctg\beta}$$

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграф 32 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).
Задание 2 (вариант 1).
Решить задания № 537 (1,3), 538 (1,3,5), 539 (1,3), 540 (1) на стр. 161 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Решить задания № 537 (2,4), 538 (2,4,6), 539 (2,4), 540 (2) на стр. 161 учебника.

Практическое занятие № 40

Вычисление арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с понятиями арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа;
- приобретение навыков по вычислению арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа.

- Теоретические сведения

Арккосинусом числа *m* (*arccos m*), $|m| \le 1$, называют угол α из промежутка $[0;\pi]$, синус которого равен числу *m*.

- *cos*(*arccos m*)=*m*, $|m| \le 1$;

- $arccos(cos\alpha)=\alpha,\ \alpha\in[0;\pi]$.

<u>Арксинусом</u> числа *m* (*arcsin m*), $|m|\leq 1$, называют угол α из промежутка $[-2\pi;2\pi]$, косинус которого равен числу *m.*

- $sin(arcsin\ m)=m,\ |m|\leq 1$;
- $arcsin(sin\alpha)=\alpha,\ \alpha\in[-2\pi;2\pi]$.

<u>Арккотангенсом</u> числа *m* (*arcctg m*), $m\in R$, называют угол α из промежутка $(0;\pi)$, котангес которого равен числу *m.*

- $ctg(arcctg\ m)=m,\ m\in R$;
- $arcctg(ctg\alpha)=\alpha,\ \alpha\in(0;\pi)$.

<u>Арктангенсом</u> числа *m* (*arcsin m*), $m\in R$, называют угол α из промежутка $(-2\pi;2\pi)$, тангенс которого равен числу *m.*

- $tg(arctg\ m)=m,\ m\in R$;
- $arctg(tg\alpha)=\alpha,\ \alpha\in(-2\pi;2\pi)$.

Соотношения обратных тригонометрических функций

- $arcsin\ m+arccos\ m=2\pi$, $|m|\leq 1$
- $arctg\ m+arcctg\ m=2\pi$, $m\in R$

Свойства обратных тригонометрических функций

- функция *arcsin m* нечетная, поэтому *arcsin* (-*m*) = - *arcsin m;*
- функция *arccos m* ни четная, ни нечетная, поэтому $arccos(-m)=\pi-arccos\ m$;
- функция *arctg m* нечетная, поэтому *arctg* (-*m*) = - *arctg m;*
- функция *arcctg m* ни четная, ни нечетная, поэтому $arcctg(-m)=\pi-arcctg\ m$.
- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать параграфы 33, 34, 35 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2 (вариант 1).

Решить задания № 586 (1,3), 587 (1,3), 588 (1) на стр. 174-175 учебника.

Задание 2 (вариант 2).

Решить задания № 586 (2,4), 587 (2,4), 588 (2) на стр. 174-175 учебника.

Задание 3 (вариант 1).

Решить задания № 568 (1,3), 569 (1), 570 (1), 571 (1) на стр. 168-169 учебника.

Задание 3 (вариант 2).

Решить задания № 568 (2,4), 569 (2), 570 (2), 571 (2) на стр. 168-169 учебника.

Задание 4 (вариант 1).

Решить задания № 608 (1), 610 (1) на стр. 180 учебника.

Задание 4 (вариант 1).

Решить задания № 608 (2), 610 (2) на стр. 180 учебника.

Практическое занятие № 41

Уравнение sin x = a

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с уравнением sin $x = a$;
- приобретение навыков по решению уравнений вида sin $x = a$.

- Теоретические сведения

Простейшими тригонометрическими уравнениями называют уравнения вида:

$\sin x = a$, $\cos x = a$, $\mathrm{tg}\, x = a$, $\mathrm{ctg}\, x = a$, где a – произвольное число.

Решение уравнения $\sin x = a$

Обычная форма записи решения	$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in Z$
Более удобная форма записи решения	$x_1 = \arcsin a + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = -\arcsin a + \pi + 2\pi n, n \in Z$
Ограничения на число а	В случае, когда $a \notin [-1;1]$, уравнение решений не имеет

Графическое обоснование решения уравнения sin x = a представлено на рисунке 1.

Рис. 1

Частные случаи решения уравнений sin x = a

Уравнение	Решение
$\sin x = -1$	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$
$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	$x_1 = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = \frac{4\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$
$\sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$	$x_1 = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$
$\sin x = -\frac{1}{2}$	$x_1 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$
$\sin x = 0$	$x = \pi n, n \in Z$

$\sin x = \frac{1}{2}$	$x_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$
$\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$x_1 = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$
$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$x_1 = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$
$\sin x = 1$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграф 34 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).
Задание 2 (вариант 1).
Решить задания № 590 (1,3), 591 (1,3) на стр. 175 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Решить задания № 590 (2), 591 (2,4,6) на стр. 175 учебника.

Практическое занятие № 42

Уравнение cos x = a

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с уравнением cos $x = a$;
- приобретение навыков по решению уравнений вида cos $x = a$.

- Теоретические сведения

Решение уравнения cos $x = a$

Обычная форма записи решения	$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in Z$
Более удобная форма записи решения	$x_1 = \arccos a + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = -\arccos a + 2\pi n, n \in Z$
Ограничения на число a	В случае, когда $a \notin [-1;1]$, уравнение решений не имеет

Графическое обоснование решения уравнения $\cos x = a$ представлено на рисунке 2.

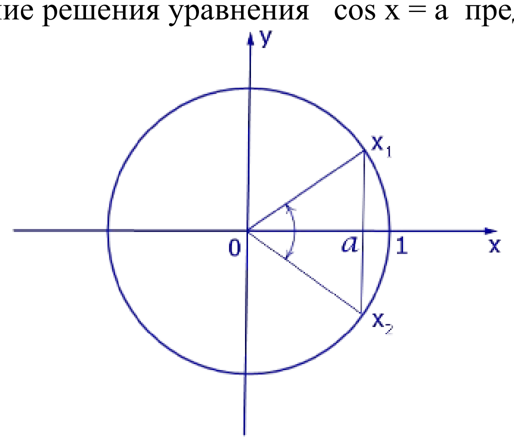


Рис. 2

Частные случаи решения уравнений $\cos x = a$

Уравнение	**Решение**
$\cos x = -1$	$x = \pi + 2\pi n, n \in Z$
$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	$x_1 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$
$\cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$	$x_1 = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$
$\cos x = -\frac{1}{2}$	$x_1 = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$
$\cos x = 0$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$
$\cos x = \frac{1}{2}$	$x_1 = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

$\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$x_1 = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$
$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$x_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$
$\cos x = 1$	$x = 2\pi n, n \in Z$

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграф 33 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).
Задание 2 (вариант 1).
Решить задания № 571 (1,3), 572 (1), 573 (1,3) на стр. 169 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Решить задания № 571 (2), 572 (2), 573 (2,4,6) на стр. 169 учебника.

Практическое занятие № 43

Уравнение tg x = a

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с уравнением tg $x = a$;
- приобретение навыков по решению уравнений вида tg $x = a$.

- Теоретические сведения

Решение уравнения tg $x = a$

Обычная форма записи решения	$x = \mathrm{arctg}\, a + \pi n, n \in Z$
Более удобная форма записи решения	$x_1 = \mathrm{arctg}\ a + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = \mathrm{arctg}\ a + \pi + 2\pi n, n \in Z$
Ограничения на число a	Ограничений нет

Графическое обоснование решения уравнения tg x = a представлено на рисунке 3.

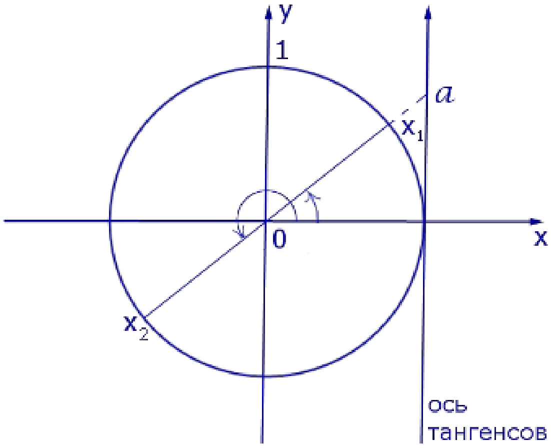


Рис. 3

Частные случаи решения уравнений tg x = a

Уравнение	Решение
$\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$	$x_1 = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z,$ $x_2 = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$
$\operatorname{tg} x = -1$	$x_1 = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z,$ $x_2 = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z$
$\operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$	$x_1 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z,$ $x_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$
$\operatorname{tg} x = 0$	$x = \pi n,\ n \in Z$
$\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}$	$x_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z,$ $x_2 = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$
$\operatorname{tg} x = 1$	$x_1 = \frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z,$ $x_2 = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z$

$\text{tg}\, x = \sqrt{3}$	$x_1 = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = \frac{4\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграф 35 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).
Задание 2 (вариант 1).
Решить задания № 610 (3,5), 611 (1,3) на стр. 180 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Решить задания № 610 (4,6), 611 (2), 612 (1) на стр. 180 учебника.

Практическое занятие № 44

Решение уравнений, сводящихся к квадратным

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с уравнениями, сводящимися к квадратным;
- решение уравнений, сводящихся к квадратным.

- Теоретические сведения

Существует ряд уравнений, которые удается решить при помощи **сведения** их **к** квадратным уравнениям.

К таким уравнениям, в частности, относятся уравнения следующих типов:

Трёхчленные уравнения
Уравнения 4-ой степени, левая часть которых равна произведению четырёх последовательных членов арифметической прогрессии
Возвратные (симметричные) уравнения 3-ей степени
Возвратные (симметричные) уравнения 4-ой степени
Обобщенные возвратные уравнения 4-ой степени.

Замечание. Уравнения, носящие название **«Биквадратные уравнения»**, относятся к типу **«Трехчленные уравнения»**.
Уравнение вида $ax^4 + bx^2 + c = 0$, называется биквадратным.
Такое уравнение решают, сводя его к квадратному.
Для этого квадрат переменной x обозначают другой буквой и говорят, что вводят новую переменную. Тогда квадраты переменной x заменяют новой переменной и получают квадратное уравнение относительно новой переменной. Решают его, находя значение новой переменной. После этого возвращаются к заданной переменной, предоставляя по очереди ее квадрату найденных значений. Из полученных уравнений находят значение заданной переменной, которые и являются корнями уравнения.

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграф 36 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).
Задание 2 (вариант 1).
Решить задания № 620 (1,3), 621 (1,3), 622 (1,3), 623 (1), 626 (1) на стр. 189 учебника.
Задание 2 (вариант 2).

Решить задания № 620 (2,4), 621 (2,4), 622 (2,4), 623 (2), 626 (2) на стр. 189 учебника.

Практическое занятие № 45

Решение однородных уравнений I степени

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с понятием однородных уравнений I степени;
- решение однородных уравнений I степени.

- Теоретические сведения

Однородное тригонометрическое уравнение – это уравнение двух видов:

$a \sin x + b \cos x = 0$ (однородное уравнение первой степени)

либо

$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$ (однородное уравнение второй степени).

Алгоритм решения однородного уравнения первой степени $a \sin x + b \cos x = 0$:

1) разделить обе части уравнения на $\cos x$;
2) решить получившееся выражение.

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать параграф 37 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2.

Решить задания № 648, 649 (2,4), 650 (2,4), 651 на стр. 193 учебника.

Практическое занятие № 46

Решение однородных уравнений II степени

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с понятием однородных уравнений II степени;
- решение однородных уравнений II степени.

- Теоретические сведения

Однородное тригонометрическое уравнение – это уравнение двух видов:
$a \sin x + b \cos x = 0$ (однородное уравнение первой степени)
либо
$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$ (однородное уравнение второй степени).
Алгоритм решения однородного уравнения второй степени
$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$.

Условие: в уравнении должно быть выражение вида $a \sin^2 x$. Если его нет, то уравнение решается методом разложения на множители.

1) Разделить обе части уравнения на $\cos^2 x$.
2) Ввести новую переменную z, заменяющую $\operatorname{tg} x$ ($z = \operatorname{tg} x$).
3) Решить получившееся уравнение.

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать параграф 36 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2 (вариант 1).
Решить уравнение:
$\sin^2 x - 3\sin x\cos x + 2\cos^2 x = 0$

Задание 2 (вариант 2).
Решить уравнение:
$\sin^2 x + 2\sin x\cos x - 3\cos^2 x = 0$

Задание 3 (вариант 1).
Решить уравнение:
$\sin^2 x + \sin x - 2 = 0$

Задание 3 (вариант 2).
Решить уравнение:
$2\cos^2 x - 5\sin x + 1 = 0$

Задание 4 (вариант 1).
Решить уравнение:
$2\sin^2 x - \cos x - 1 = 0$

Задание 4 (вариант 2).
Решить уравнение:
$\operatorname{tg} x - 2\operatorname{ctg} x + 1 = 0$

Практическое занятие № 47

Уравнение a·sin x + b·cos x = c

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление уравнением a·sin x + b·cos x = c;
- решение уравнения a·sin x + b·cos x = c.

- Теоретические сведения

Уравнение вида $a\sin x + b\cos x = c$, $c \neq 0$.

$$a\sin x + b\cos x = c \;\Big|:\; \sqrt{a^2+b^2},$$

$$\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

Поскольку

$$\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)^2 + \left(\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)^2 = 1,$$

можно ввести вспомогательный угол φ такой, что

$$\cos\varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}},\ \sin\varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

Уравнение примет вид:

$$\sin(x+\varphi) = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать параграф 36 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2.
Выполнить упражнения № 625-627 на стр. 189 учебника.

Практическое занятие № 48

Уравнения, решаемые разложением левой части на множители

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с методом решения уравнений разложением левой части на множители;
- приобретение навыков по решению уравнений разложением левой части на множители.

- Источники:

Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004.

- Теоретические сведения

Смысл этого метода: если уравнение $f(x)=0$ удается преобразовать к виду $f_1(x)\cdot f_2(x)=0$, то задача сводится к решению двух уравнений, то есть к решению совокупности уравнений: $f_1(x)=0;\ f_2(x)=0$.

Пример. Решить уравнение $2\sin x\cdot\cos 5x-\cos 5x=0$.

Решение. Имеем $\cos 5x\cdot(2\sin x-1)=0$. Значит, приходим к совокупности уравнений $\cos 5x=0;\ \sin x=\frac{1}{2}$. Из первого уравнения находим $5x=\frac{\pi}{2}+\pi n;\ x=\frac{\pi}{10}+\frac{\pi n}{5},\ n\in Z$. Из второго уравнения находим $x=(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n,\ n\in Z$.

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграф 36 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2 (вариант 1).
Выполнить упражнения № 626 (1,3), 627 (1,3) на стр. 189 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Выполнить упражнения № 626 (2,4), 627 (2,4) на стр. 189 учебника.

Практическое занятие № 49

Простейшие тригонометрические неравенства

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с видами простейших тригонометрических неравенств;
- приобретение навыков по решению простейших тригонометрических неравенств.

- Теоретические сведения

Неравенство, в котором неизвестная переменная находится под знаком тригонометрической функции, называется *тригонометрическим неравенством*.
К *простейшим тригонометрическим неравенствам* относятся следующие 16 неравенств:

$$\sin x>a,\ \sin x\geq a,\ \sin x<a,\ \sin x\leq a,$$
$$\cos x>a,\ \cos x\geq a,\ \cos x<a,\ \cos x\leq a,$$
$$\operatorname{tg} x>a,\ \operatorname{tg} x\geq a,\ \operatorname{tg} x<a,\ \operatorname{tg} x\leq a,$$
$$\operatorname{ctg} x>a,\ \operatorname{ctg} x\geq a,\ \operatorname{ctg} x<a,\ \operatorname{ctg} x\leq a.$$

Здесь x является неизвестной переменной, a может быть любым действительным числом.

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграф 37 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2 (вариант 1).
Выполнить упражнения № 648 (1,3), 649 (1,3), 650 (1,3), 651 (1,3) на стр. 193 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Выполнить упражнения № 648 (2,4), 649 (2,4), 650 (2,4), 651 (2,4) на стр. 193 учебника.

Практическое занятие № 50

Графическая занятие «Графики тригонометрических функций»

(название практической занятийы)

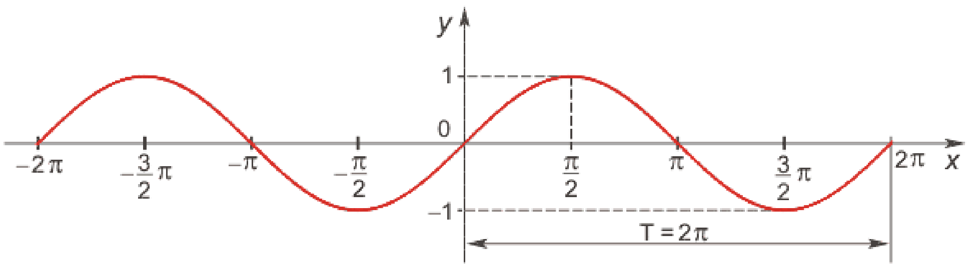
- Цель практической занятийы:

- ознакомление с графиками тригонометрических функций;
- приобретение навыков по построению графиков тригонометрических функций.

- Теоретические сведения

Функция синус

$y = \sin(x)$



Область определения функции — множество **R** всех действительных чисел.
Множество значений функции — отрезок [-1; 1], т.е. синус функция — **ограниченная**.
Функция нечетная: $\sin(-x)=-\sin x$ для всех $x \in \mathbf{R}$.
График функции симметричен относительно начала координат.
Функция периодическая с наименьшим положительным периодом 2π:

$$\sin(x+2\pi\cdot k) = \sin x, \text{ где } k \in \mathbf{Z} \text{ для всех } x \in \mathbf{R}.$$

sin x = 0 при $x = \pi\cdot k$, $k \in \mathbf{Z}$.

sin x > 0 (положительная) для всех x $\in$ ($2\pi \cdot k$, $\pi + 2\pi \cdot k$), k $\in$ **Z**.
sin x < 0 (отрицательная) для всех x $\in$ ($\pi + 2\pi \cdot k$, $2\pi + 2\pi \cdot k$), k $\in$ **Z**.

Функция возрастает от −1 до 1 на промежутках: $\left[-\frac{\pi}{2}+2\pi k; \frac{\pi}{2}+2\pi k\right], \quad k \in Z$

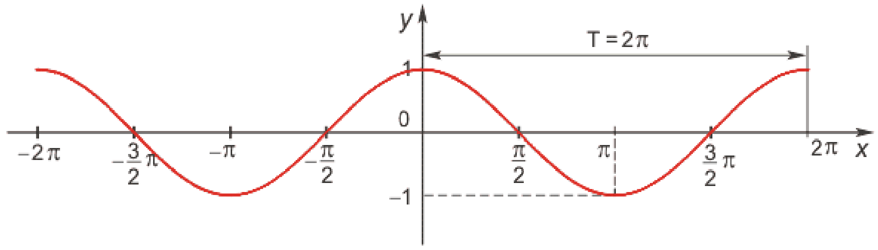
Функция убывает от −1 до 1 на промежутках: $\left[\frac{\pi}{2}+2\pi k; \frac{3\pi}{2}+2\pi k\right], \quad k \in Z$

Наибольшее значение функции sin x = 1 в точках: $x = \frac{\pi}{2}+2\pi k, \quad k \in Z$

Наименьшее значение функции sin x = −1 в точках: $x = \frac{3\pi}{2}+2\pi k, \quad k \in Z$

Функция косинус

$y = \cos(x)$



Область определения функции — множество **R** всех действительных чисел.
Множество значений функции — отрезок [-1; 1], т.е. косинус функция — **ограниченная**.
Функция четная: cos(−x)=cos x для всех x $\in$ **R**.
График функции симметричен относительно оси OY.
Функция периодическая с наименьшим положительным периодом 2π:

cos(x+$2\pi \cdot k$) = cos x, где k $\in$ **Z** для всех x $\in$ **R**.

cos x = 0 при $x = \frac{\pi}{2}+\pi k, \quad k \in Z$

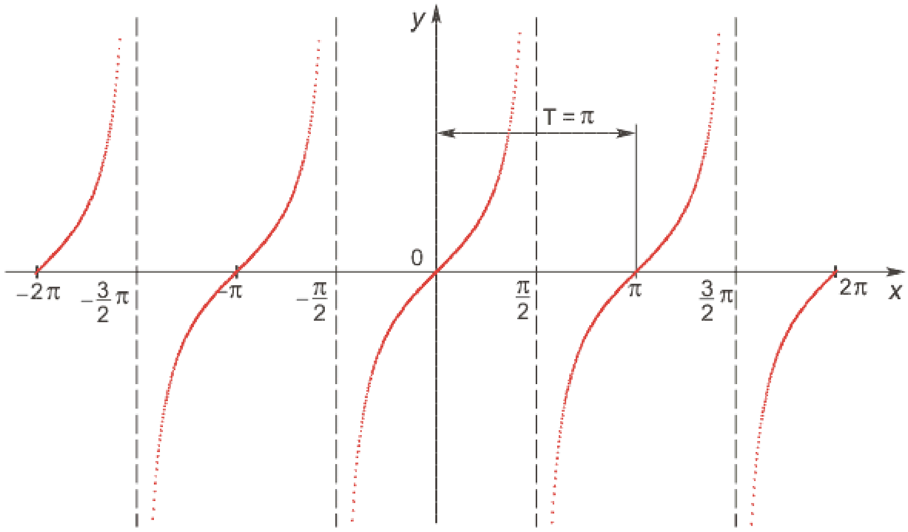
cos x > 0 для всех $x \in \left(-\frac{\pi}{2}+2\pi k, 2\pi k\right), \quad k \in Z$

cos x < 0 для всех $x \in \left(\frac{\pi}{2}+2\pi k, \frac{3\pi}{2}+2\pi k\right), \quad k \in Z$

Функция возрастает от −1 до 1 на промежутках: $[-\pi+2\pi k, 2\pi k], \quad k \in Z$
Функция убывает от −1 до 1 на промежутках: $[2\pi k, \pi+2\pi k], \quad k \in Z$
Наибольшее значение функции sin x = 1 в точках: $x = 2\pi k; \quad k \in Z$
Наименьшее значение функции sin x = −1 в точках: $x = \pi+2\pi k; \quad k \in Z$

Функция тангенс

$y = \mathrm{tg}(x)$



Область определения функции — множество всех действительных чисел кроме

$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in Z$

Множество значений функции — вся числовая прямая, т.е. тангенс — функция **неограниченная**.

Функция нечетная: tg(−x)=−tg x для всех x из области определения.

График функции симметричен относительно оси OY.

Функция периодическая с наименьшим положительным периодом π, т.е. tg(x+$\pi \cdot k$) = tg x, $k \in$ **Z** для всех x из области определения.

tg x = 0 при $x = \pi k, \quad k \in Z$

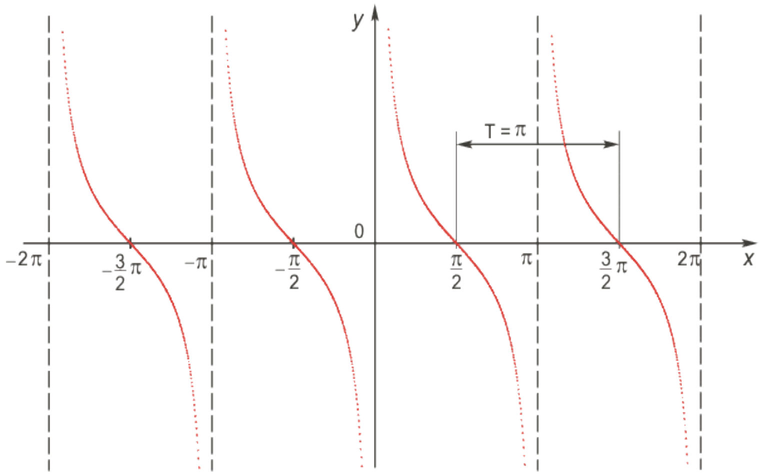
tg x > 0 для всех $x \in \left(\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right), \quad k \in Z$

tg x < 0 для всех $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \pi k\right), \quad k \in Z$

Функция возрастает на промежутках: $\left(\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right), \quad k \in Z$

Функция котангенс

$y = \mathrm{ctg}(x)$



Область определения функции — множество всех действительных чисел, $\pi k, \quad k \in Z$

кроме чисел
Множество значений функции — вся числовая прямая, т.е. котангенс — функция **неограниченная**.
Функция нечетная: ctg(−x)=−ctg x для всех x из области определения.
График функции симметричен относительно оси OY.
Функция периодическая с наименьшим положительным периодом π, т.е. ctg(x+$\pi \cdot k$)=ctg x, $k \in \mathbf{Z}$ для всех x из области определения.

ctg x = 0 при $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in Z$

ctg x > 0 для всех $x \in \left(\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right), \quad k \in Z$

ctg x < 0 для всех $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \pi k\right), \quad k \in Z$

Функция убывает на каждом из промежутков $(\pi k; \pi + \pi k), \quad k \in Z$

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграфы 38, 39 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2 (вариант 1).
Выполнить упражнения № 691 (1,3,5), 692 (1,3,5), 693 (1,3) на стр. 199-200 учебника.
Задание 2 (вариант 2).
Выполнить упражнения № 691 (2,4,6), 692 (2,4,6), 693 (2,4) на стр. 199-200 учебника.

Практическое занятие № 51

Выполнение тестовых заданий по теме «Свойства и графики тригонометрических функций»

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление со свойствами тригонометрических функций и их графиками;
- приобретение навыков занятийы с графиками тригонометрических функций.

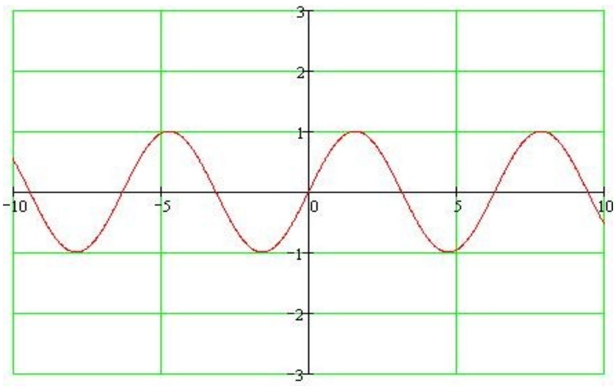
- Теоретические сведения

Основными тригонометрическими функциями являются функции y=sin(x), y=cos(x), y=tg(x), y=ctg(x).

Рассмотрим каждую из них в отдельности.

Y = sin(x)

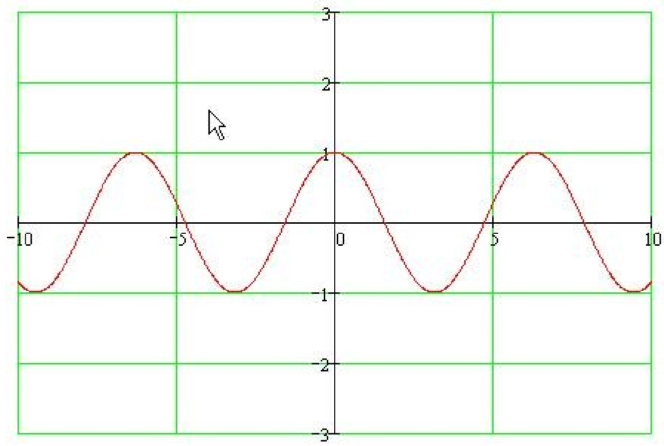
График функции y=sin(x).



Основные свойства:
1. Область определения вся числовая ось.
2. Функция ограниченная. Множество значений – отрезок [-1;1].
3. Функция нечетная.
4.Функция периодическая с наименьшим положительным периодом равным 2π.

Y = cos(x)

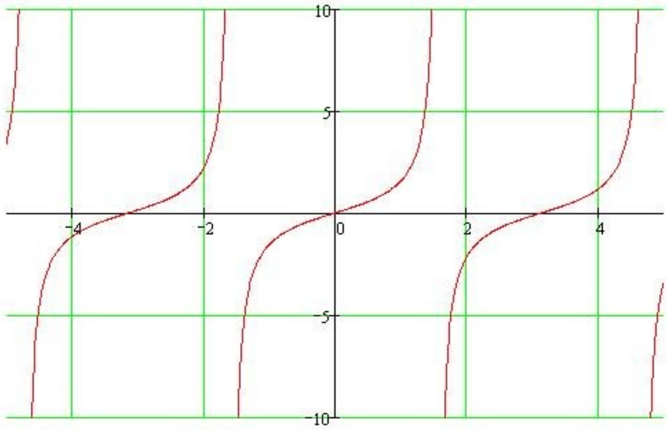
График функции y=cos(x).



Основные свойства:
1. Область определения вся числовая ось.
2. Функция ограниченная. Множество значений – отрезок [-1;1].
3. Функция четная.
4.Функция периодическая с наименьшим положительным периодом равным 2π.

Y = tg(x)

График функции y=tg(x).

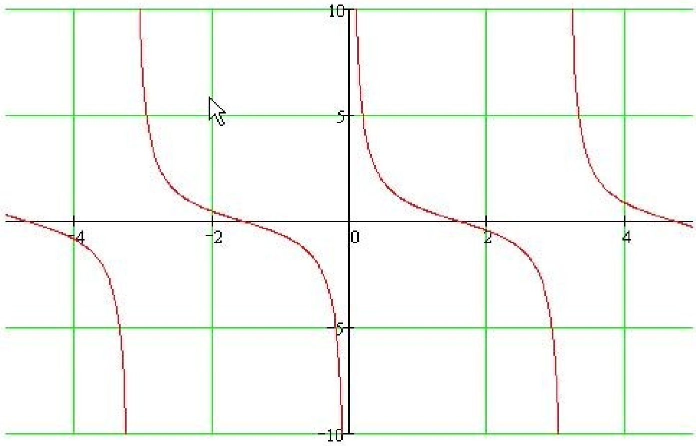


Основные свойства:

1. Область определения вся числовая ось, за исключением точек вида x=π/2 +πk, где k – целое.
2. Функция неограниченная. Множество значение вся числовая прямая.
3. Функция нечетная.
4. Функция периодическая с наименьшим положительным периодом равным π.

Y = ctg(x)

График функции y=ctg(x).



Основные свойства:

1. Область определения вся числовая ось, за исключением точек вида x=πk, где k – целое.
2. Функция неограниченная. Множество значение вся числовая прямая.
3. Функция нечетная.
4. Функция периодическая с наименьшим положительным периодом равным π.

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать параграфы 40-42 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2 (вариант 1).

А1. Значение $\sin \frac{38\pi}{3}$ равно:

а) $\frac{1}{2}$; б) $-\frac{1}{2}$; в) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; г) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

А2. Найдите множество значений функции: y = 1 + 2 cos 3x

а) $[-1;6]$; б) $[-1;3]$; в) $[-1;5]$; г) $[1;3]$

А3. Какие из функций являются чётными:

1) y = sin 3x; 2) y = x sin5x; 3) $y = x^3 - \sin 2x$; 4) $y = |\sin 9x|$.

3) 1 и 3; б) 2 и 3; в) 2 и 4; г) 3 и 4.

А4. Период функции $y = \sin \frac{x}{2}$ равен:

а) $\frac{\pi}{2}$; б) π; в) 2π; г) 4π.

А5. Укажите область определения функции y = 6 + 5cosx.

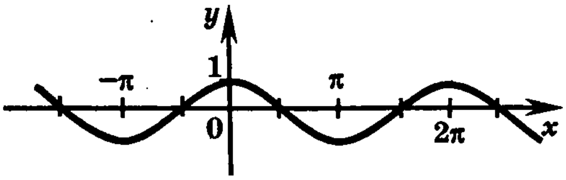
а) множество действительных чисел;

б) множество действительных чисел, кроме чисел вида πn, n ∊ Z;

в) множество действительных чисел, кроме чисел вида $\frac{\pi}{2}+\pi n, n \in Z$;

г) $[-1;1]$.

А6. График какой функции изображён на рисунке?



а) y = cos x; б) y = sin x; в) y = ctg x; г) y = tg x.

А7. Найдите координаты всех точек пересечения графика функции y = ctg x с осью абсцисс.

а) $\left(\frac{\pi}{2};0\right), n \in Z$; б) $\left(\frac{\pi}{2}+\pi n;0\right), n \in Z$;

в) $(\pi т;0), n \in Z$; г) нет точек пересечения.

В1. Укажите наименьшее значение функции y = -sin x – 6

В2. Найдите ординату точки пересечения графика функции y = 5 – 2 sin x с осью ординат.

Задание 2 (вариант 2).

А1. Значение cos (- $\frac{49\pi}{4}$) равно:

а) $\frac{1}{2}$; б) - $\frac{1}{2}$; в) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; г) - $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

А2. Найдите область значений функции: y = 3 – 4 sin 5x.

а) $[-1;6]$; б) $[-1;5]$; в) $[1;7]$; г) $[-1;7]$.

А3. Какие из функций являются нечётными:

1) y = cos 5x; 2) y = x – sin 5x; 3) y = 1 + tg x; 4) y = x cos x.

а) 1 и 3; б) 2 и 4; в) 2 и 3; г) 1 и 4.

А4. Период функции y = cos $\frac{x}{3}$ равен:

а) $\frac{\pi}{3}$; б) $\frac{2\pi}{3}$; в) 2π; г) 6π.

А5. Укажите область определения функции y = 1 – 4 tg x

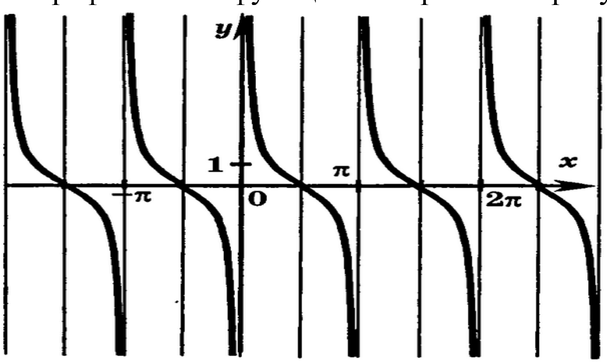
а) $[-1;1]$;

б) множество действительных чисел;

в) множество действительных чисел, кроме чисел вида πn, n ∊ Z;

г) множество действительных чисел, кроме чисел вида $\frac{\pi}{2}+\pi n, n \in Z$.

А6. График какой функции изображён на рисунке?



а) y = cos x; б) y = sin x; в) y = ctg x; г) y = tg x.

А7. Найдите координаты всех точек пересечения графика функции y = sin x с осью абсцисс.

а) $(\pi n; 0), n \in Z$; б) $\left(\frac{\pi}{2} + \pi n; 0\right), n \in Z$;

в) $(\pi; 0), n \in Z$; г) нет точек пересечения.

В1. Укажите наибольшее значение функции у = -7 – cos x.

В2. Найдите ординату точки пересечения графика функции у = 1 – 5 cos x с осью ординат.

Практическое занятие № 52

Тренажёр на тему «Показательная и логарифмическая функции»

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с понятиями показательной и логарифмической функций;

- приобретение навыков по построению графиков показательной и логарифмической функций и определению значений показательной и логарифмической функций в точке.

- Теоретические сведения

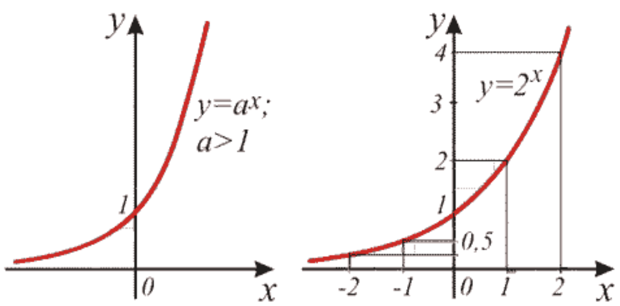
Показательная функция, такая функция, которая может быть задана формулой $y = a^x$, где **a** - любое положительное число, не равное единице.

Свойства показательной функции

Область определения *показательной функции* - множество всех действительных чисел. Ведь положительное число **a** можно возвести в степень с любым показателем **x**.
Это значит, что **график показательной функции** простирается вдоль всей оси абсцисс.

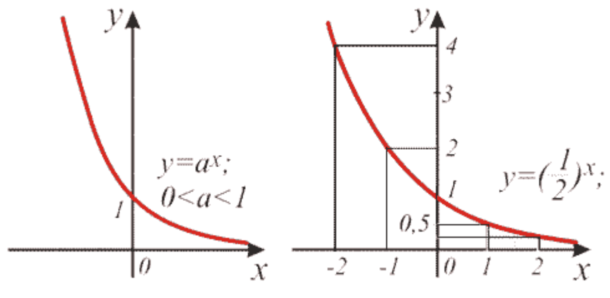
Область значений *показательной функции* - множество всех положительных чисел. Ведь при возведении положительного числа a в степень с показателем **x** не может получиться ни нуля, ни отрицательного числа. Это значит, что график показательной функции не может иметь общих точек с осью абсцисс и не может иметь точек в третьей и четвертой четверти.

График показательной функции простирается над всей осью абсцисс.
Из сказанного следует, что **показательная функция** сохраняет один и тот же знак на всей области определения - всегда положительна.
Монотонность **показательной функции** определяется значением основания **a**:
если **a>1**, то функция возрастает,



а) б)

а если **a<1**, то функция убывает.



а) *б)*

Логарифмическая функция - функция, обратная *показательной функции*.
Чтобы получить формулу **логарифмической функции**, напишем формулу показательной функции $y=a^x$, выразим **x** через **y** и поменяем обозначения переменных:

$y=a^x$

$x=\log_a y$

$y=\log_a x$

В этой формуле число **a** - то самое, которое является основанием показательной функции. То есть **a** обязательно положительное число, не равное единице.
Теперь можно дать и другое определение: Логарифмической функцией называется функция, которую можно задать формулой $y=\log_a x$, где **a** - положительное число, не равное единице.

ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ ТОЖДЕСТВО

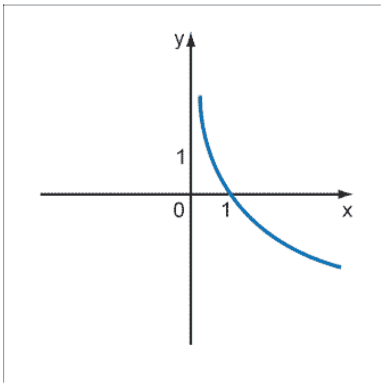
Пусть числа **y**, **a** и **x** связаны соотношением $y=a^x$, причем $a>0,\ a\neq 1,\ y>0$.
Тогда верно тождество $x=\log_a y$.
Подставим в равенство $y=a^x$ вместо числа **x** его значение $\log_a y$. Получим тождество $a^{\log_a y}=y$.

Это тождество называется основным логарифмическим тождеством, так как оно в точности передает определение логарифма: логарифмом числа **y** при основании **a** называется показатель степени, в которую нужно возвести число **a**, чтобы получить число **y**.

ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ ПРИ ОСНОВАНИИ, МЕНЬШЕМ 1

Графики взаимно обратных функций симметричны относительно прямой $y=x$.
Поэтому мы можем построить график логарифмической функции без ее исследования, а только опираясь на определение.
Получилась кривая, проходящая через точки **(1;0)** и **(a;1)**. По этому графику мы можем установить следующие свойства логарифмической функции с основанием, меньшим единицы:

1. область определения - та же, что и область значений показательной функции - множество всех положительных чисел;
2. область значений - та же, что и область определения показательной функции - множество всех действительных чисел;
3. нулем функции является число **1**, так как логарифм единицы равен нулю;
4. интервалы знакопостоянства **(0;1)** и **(1;** $+\infty$ **)** на первом функция положительна, на втором отрицательна;
5. функция убывает на всей области определения, так же, как и показательная функция с основанием, меньшим единицы;
6. функция стремится к $+\infty$, когда аргумент стремится к нулю. Функция стремится к $-\infty$, когда аргумент стремится к $+\infty$.



- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать параграфы 11, 17, 18 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2.

1) Построить график функции $y=2^x$.
2) В одной координатной плоскости построить графики функций: $y=(^1/_2)^x$, $y=(^1/_3)^x$, $y=(^1/_5)^x$, $y=(^1/_{10})^x$.
3) Решить графически уравнение: $3^x=4-x$.
4) Найдите область значений функции: $y=3^{x+1}-5$.

Задание 2.

1) Найдите значение логарифмической функции $y=\log_2 x$ в указанных точках: $x_1=32$, $x_2=128$, $x_3=2$;
2) В одной системе координат изобразите графики функций: $y=\log_5 x$; $y=\log_3 x$;
3) Сравните числа: $\log_4 7$ и $\log_4 23$
4) Постройте график функции. $y=\log_{0,3}(x+5)$

Практическое занятие № 53

Тренажёр на тему «Показательные уравнения и неравенства»

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с показательными уравнениями и неравенствами;
- приобретение навыков по решению показательных уравнений и неравенств.

- Теоретические сведения

Показательными называются уравнения, в которых неизвестная переменная находится только в показателях каких-либо степеней.

Для решения *показательных уравнений* требуется знать и уметь использовать следующую несложную теорему:

Теорема 1. Показательное уравнение $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ (где $a > 0$, $a \neq 1$) равносильно уравнению $f(x) = g(x)$.

Показательными называются неравенства, в которых неизвестная переменная содержится только в показателях каких-либо степеней.

Для решения *показательных неравенств* требуется знание следующей теоремы:

Теорема 2. Если $a > 1$, то неравенство $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ равносильно неравенству того же смысла: $f(x) > g(x)$. Если $0 < a < 1$, то показательное неравенство $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ равносильно неравенству противоположного смысла: $f(x) < g(x)$.

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать параграфы 12, 13 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2.

Решите уравнение:

1) $4^x = 64$

2) $3^x = \frac{1}{9}$

3) $(0,5)^x = \frac{1}{64}$

4) $\sqrt[3]{128} = 4^{2x}$

5) $10^{x^2+x-2} = 1$

6) $3^{x^2-4x-0,5} = 81\sqrt{3}$

7) $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^x = \frac{27}{64}$

8) $\sqrt{3^x} \cdot 5^{\frac{x}{2}} = 225$

9) $2^{x^3-9x} = 1$

Задание 3.

Решите неравенство:

1) $6^x > 36$

2) $2^{4x} < 16$

3) $27 > \left(\frac{1}{3}\right)^{6-x}$

4) $3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x - 5 \cdot 6^x < 0$

5) $(x-2)^{x^2-6x+8} > 1$

6) $2^{x+1} + 4^x \leq 80$

7) $9^{\sqrt{x^2-3}} + 3 < 28 \cdot 3^{\sqrt{x^2-3}-1}$

Практическое занятие № 54

Тренажёр на тему «Логарифмы»

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с понятием логарифма;
- приобретение навыков по решению логарифмов.

- Теоретические сведения

Логарифмом положительного числа N по основанию ($b > 0$, $b \neq 1$) называется показатель степени x , в которую нужно возвести b, чтобы получить N .
Обозначение логарифма:

$$\log_b N = x .$$

Эта запись равнозначна следующей: $b^x = N$.
Вышеприведенное определение логарифма можно записать в виде тождества:

$$b^{\log_b N} = N.$$

Если немного перефразировать - **логарифм** числа b по основанию a определяется как показатель степени, в которую надо возвести число a, чтобы получить число b (логарифм существует только у положительных чисел).
Логарифм в переводе с греческого буквально означает «число, изменяющее отношение».
Специальные обозначения:
1. Натуральный логарифм $\ln a$ - логарифм по основанию e, где e - число Эйлера.
2. Десятичный логарифм $\lg a$ - логарифм по основанию 10.
Примеры: $\log_3 81 = 4$, так как $3^4 = 81$;

$\log_{1/3} 27 = -3$, так как $(1/3)^{-3} = 3^3 = 27$.

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграф 15 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2.
Вычислите выражение:
1) $\log_2 16$
2) $\log_3 \frac{1}{81}$
3) $\log_{0,2} 0,04$
4) $2\log_2 2\sqrt{2}$
5) $\log_2 \log_2 4$
6) $\log_5 \log_3 3$
7) $25^{\log_5 3}$
8) $\log_5 128 \cdot \log_2 \frac{1}{125}$
9) $\log_2 \sqrt{3} + \frac{1}{2}\log_2 \frac{4}{3}$
10) $\log_7 196 - 2\log_7 2$
11) $\log_2 5 - \log_2 35 + \log_2 56$
12) $10^{\lg 2 + \lg 3}$

Практическое занятие № 55

Тренажёр на тему «Логарифмические уравнения и неравенства»

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- решение логарифмических уравнений и неравенств с использованием основного логарифмического тождества и свойств логарифмов.

- Теоретические сведения

Уравнение, содержащее неизвестное под знаком логарифма или (и) в его основании, называется **логарифмическим уравнением**.
Простейшим логарифмическим уравнением является уравнение вида
$\log_a x = b$.

Логарифмическим неравенством называется неравенство, в котором неизвестная величина стоит под знаком логарифма.
Решение логарифмических неравенств основывается на свойстве монотонности логарифмической функции: функция $y = \log_a x$ монотонно возрастает, если a>1 , и монотонно убывает, если 0< a <1.

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграфы 19, 20 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2.
Решите уравнение:
1) $\log_2 x = 3$
2) $\log_3 x = -1$
3) $\log_5(2x) = 1$
4) $\log_7 x = 0$
5) $\log_2(-x) = -3$
6) $\lg(x-1)^2 = 0$
7) $\log_2 \log_3 x = 1$

Задание 3.
Решите неравенство:
1) $\log_2 x > 3$
2) $\log_{\frac{1}{3}} 2x > -2$
3) $\log_5(3x-1) < 1$
4) $\log_2(x^2 - 2x) \geq 3$
5) $\log_3(13 - 4^x) > 2$
6) $\log_7 \frac{2x-6}{2x-1} > 0$
7) $\log_3^2(2-x) \leq \frac{1}{4}$

Практическое занятие № 56

Тренажёр на тему «Простейшие тригонометрические уравнения»

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с простейшими тригонометрическими уравнениями;
- приобретение навыков по решению простейших тригонометрических уравнений.

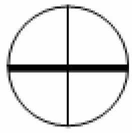
- Теоретические сведения

Уравнение, содержащее неизвестное под знаком тригонометрической функции, называется ***тригонометрическим***.

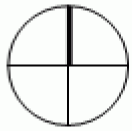
Простейшие тригонометрические уравнения.

$$\sin x = a \ .$$

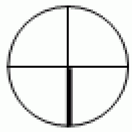
1). $\sin x = 0$, $x = \pi k$, k – любое целое число;



2). $\sin x = 1$, $x = \pi / 2 + 2\pi k$, k – любое целое число;



3). $\sin x = -1$, $x = -\pi / 2 + 2\pi k$, k – любое целое число;

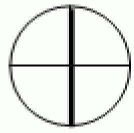


4). $\sin x = a$, $|a| > 1$, здесь нет решений;

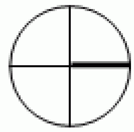
5). $\sin x = a$, $|a| \le 1$, $x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k$, k – любое целое число.

$\cos x = a$.

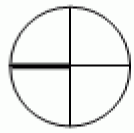
1). $\cos x = 0$, $x = \pi / 2 + \pi k$, k – любое целое число;



2). $\cos x = 1$, $x = 2\pi k$, k – любое целое число;



3). $\cos x = -1$, $x = \pi + 2\pi k$, k – любое целое число;

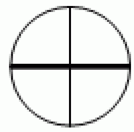


4). $\cos x = a$, $|a| > 1$, здесь нет решений;

5). $\cos x = a$, $|a| \le 1$, $x = \pm \arccos a + 2\pi k$, k – любое целое число.

$\tan x = a$.

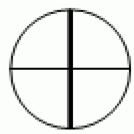
1). $\tan x = 0$, $x = \pi k$, k – любое целое число;



2). $\tan x = a$, $x = \arctan a + \pi k$, k – любое целое число.

$\cot x = a$.

1). $\cot x = 0$, $x = \pi / 2 + \pi k$, k – любое целое число;



2). $\cot x = a$, $x = \operatorname{arccot} a + \pi k$, k – любое целое число.

Методы решения тригонометрических уравнений.

Решение тригонометрического уравнения состоит из двух этапов: *преобразование уравнения* для получения его простейшего вида (см. выше) и *решение* полученного простейшего тригонометрического уравнения.

Существует семь основных методов решения тригонометрических уравнений.

1. Алгебраический метод. Метод замены переменной и подстановки.

2. Разложение на множители.

3. Приведение к однородному уравнению

4. Переход к половинному углу.

5. Введение вспомогательного угла.

6. Преобразование произведения в сумму.

7. Универсальная подстановка.

- Ход занятийы.

Задание 1.

Прочитать параграфы 33, 34, 35 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2.
Решите уравнение:

1) sin t =0
2) tg t = 1
3) cos t = 1
4) sin t = -1
5) ctg t = 0
6) sin (-t) = 1
7) cos (-t) = -1
8) cos t = 2
9) $ctg\ t - \sqrt{3} = 0$
10) 2 sin t + 5 = 0
11) 2 cos t = $\sqrt{2}$
12) $2\sin\left(t + \frac{\pi}{5}\right) = \sqrt{2}$
13) $tg\left(\frac{t}{2} - \frac{\pi}{2}\right) = -\sqrt{3}$
14) $\cos^2\left(2t + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

Практическое занятие № 57

Тренажёр на тему «Простейшие тригонометрические неравенства»

(название практической занятийы)

- Цель практической занятийы:

- ознакомление с понятием тригонометрического неравенства;
- приобретение навыков по решению тригонометрическоих неравенств.

- Теоретические сведения

Неравенство, в котором неизвестная переменная находится под знаком тригонометрической функции, называется *тригонометрическим неравенством*.
К *простейшим тригонометрическим неравенствам* относятся следующие 16 неравенств:

$\sin x>a$, $\sin x\geq a$, $\sin x<a$, $\sin x\leq a$,
$\cos x>a$, $\cos x\geq a$, $\cos x<a$, $\cos x\leq a$,
$tg\ x>a$, $tg\ x\geq a$, $tg\ x<a$, $tg\ x\leq a$,
$ctg\ x>a$, $ctg\ x\geq a$, $ctg\ x<a$, $ctg\ x\leq a$.

Здесь x является неизвестной переменной, a может быть любым действительным числом.

- Ход занятийы.

Задание 1.
Прочитать параграф 37 учебника (Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2004).

Задание 2.
Решите неравенства:

1) $\cos t > 1$

2) $\sin t \geq \frac{1}{2}$

3) $ctg\ t \leq -\sqrt{3}$

4) $\sin t < 0{,}4$

5) $\cos t > -\frac{1}{4}$

6) $\cos(-t) \leq -1$

7) $2\sin(-2t) < \sqrt{3}$

8) $\cos 3t > \frac{1}{3}$

9) $\sqrt{3}\ tg\left(3t - \frac{\pi}{4}\right) < 1$

10) $2\cos 5t < \sqrt{2}$

11) $|tg\ t| > 2$

12) $3\sin\left(2t - \frac{\pi}{4}\right) \leq 1$